

	Nível: Ensino Médio	Área de conhecimento: Matemática	Turma:
	Disciplina: BOATEMÁTICA		3º Bimestre
	Data: ____/____/____	TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	
	Professor: Marcus Sales		
Aluno (a):			

CAPÍTULO 11 Trigonometria no triângulo retângulo

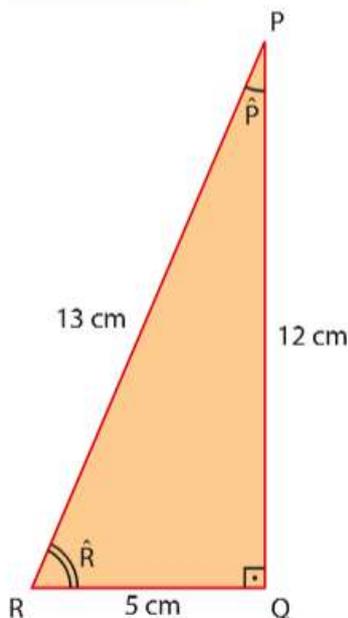
Medidas dos lados de um triângulo Retângulo podemos usar:

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \theta}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \theta}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \theta}{\text{medida do cateto adjacente a } \theta}$$

EXEMPLO 3



No triângulo retângulo ao lado, temos:

$$\text{sen } \hat{P} = \frac{5 \text{ cm}}{13 \text{ cm}} = \frac{5}{13} \text{ e}$$

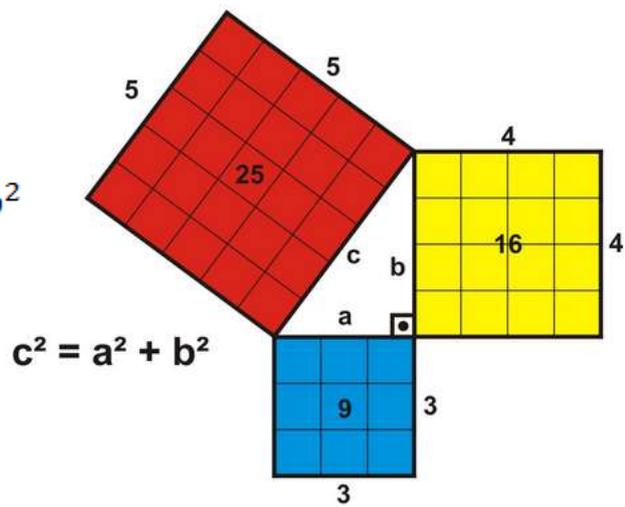
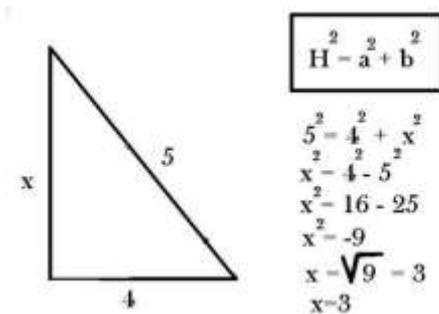
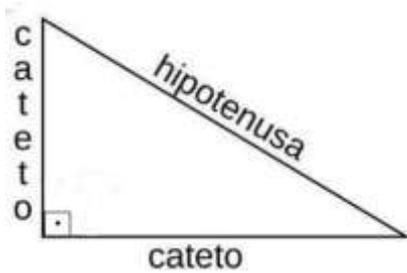
$$\text{sen } \hat{R} = \frac{12 \text{ cm}}{13 \text{ cm}} = \frac{12}{13}$$

$$\text{cos } \hat{P} = \frac{12 \text{ cm}}{13 \text{ cm}} = \frac{12}{13} \text{ e}$$

$$\text{cos } \hat{R} = \frac{5 \text{ cm}}{13 \text{ cm}} = \frac{5}{13}$$

TEOREMA DE PITÁGORAS

$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$$



Observe isso!!
Parece Complicado ?
Observe e pense um pouquinho!!

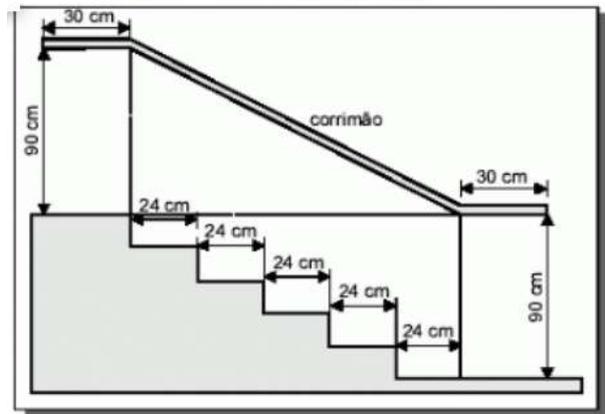


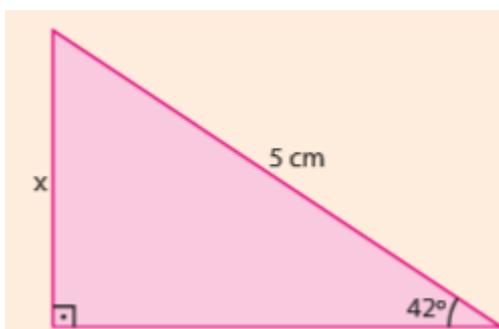
TABELA DOS ÂNGULOS IMPORTANTES

Ângulo / Razão	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

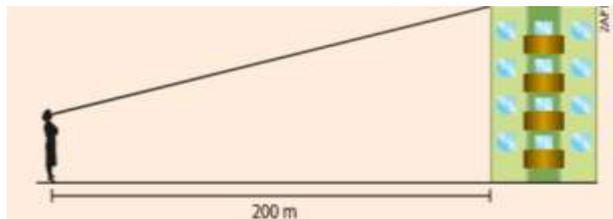
Medidas dos Lados de um triângulo Retângulo

EXEMPLOS:

2º) Determine o valor de X na figura:



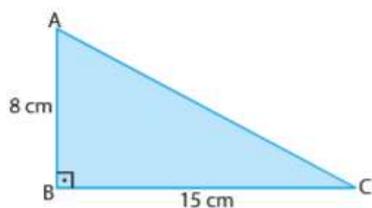
3°) Uma mulher, cujos olhos estão a 1,5 m do solo, avista, sob um ângulo de 12° , o topo de um edifício que se encontra 200m dela. Qual é a altura aproximada do edifício?



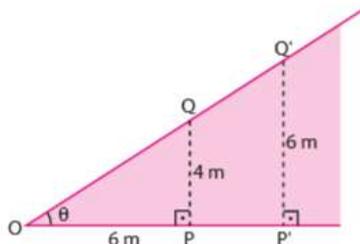
ATIVIDADES PROPOSTAS

1 Com base na figura, determine:

- $\text{sen } \hat{A}$, $\text{cos } \hat{A}$ e $\text{tg } \hat{A}$.
- $\text{sen } \hat{C}$, $\text{cos } \hat{C}$ e $\text{tg } \hat{C}$.



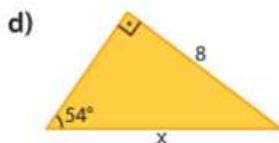
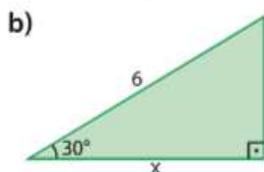
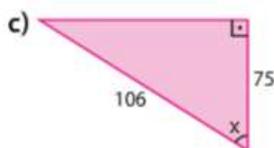
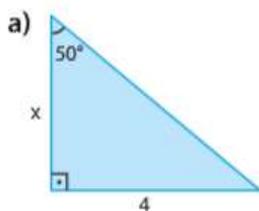
2 Observe a figura seguinte:



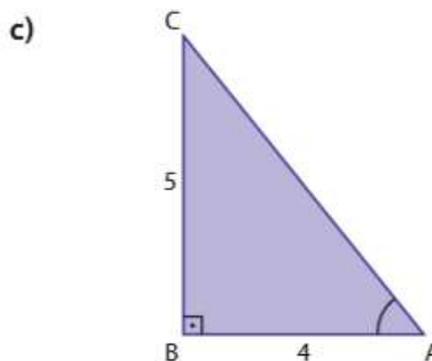
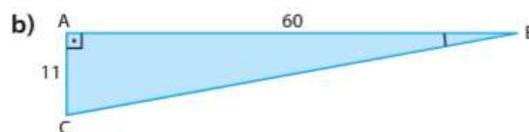
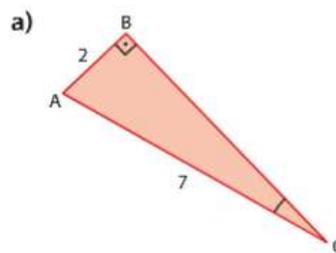
Determine:

- $\text{tg } \theta$
- a distância de O a P'

8 Determine a medida aproximada de x em cada caso:



3 Em cada caso, determine o seno do ângulo agudo assinalado.



4 Cada item traz as medidas dos lados de um triângulo retângulo em que a representa a medida da hipotenusa, e b e c são as medidas dos catetos. Determine o cosseno de cada um dos ângulos agudos, \hat{B} e \hat{C} , opostos, respectivamente, a b e a c .

- $b = 3 \text{ cm}$ e $c = 4 \text{ cm}$.
- $a = 12 \text{ cm}$ e $b = 7 \text{ cm}$.

5 Um observador avista o topo de um obelisco de 120 m de altura sob um ângulo de 27° . Considere desprezível a altura do observador.

- A que distância o observador se encontra da base do obelisco?
Use os valores: $\text{sen } 27^\circ \approx 0,45$, $\text{cos } 27^\circ \approx 0,9$ e $\text{tg } 27^\circ \approx 0,5$.
- Aproximando-se 100 m do obelisco, em linha reta, o observador passa a mirá-lo sob um ângulo α . Determine α .

6 Um barco atravessa um rio de 97 m de largura em um trecho em que as margens são paralelas. Devido à correnteza, segue uma direção que forma um ângulo de 76° com a margem de partida. Qual é a distância percorrida pelo barco?

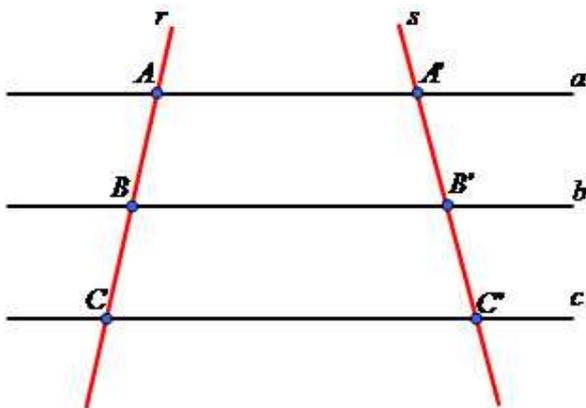
7 Um arquiteto desenvolveu um projeto de uma rampa para vencer um desnível de 3,2 m entre dois pisos. Para respeitar a norma acima, qual deverá ser o comprimento horizontal mínimo dessa rampa? Para facilitar os cálculos, use a aproximação: $\frac{1}{12} \approx 0,0833$.

Teorema de Tales

O Teorema de Tales pode ser determinado pela seguinte lei de correspondência:

“Feixes de retas paralelas cortadas ou intersectadas por segmentos transversais formam segmentos de retas proporcionalmente correspondentes”.

Para compreender melhor o teorema observe o esquema representativo a seguir:

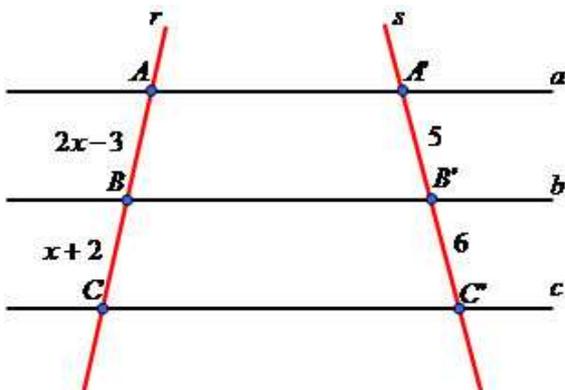


Pela proporcionalidade existente no Teorema, temos a seguinte situação:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

Exemplo 1

Aplicando a proporcionalidade existente no Teorema de Tales, determine o valor dos segmentos AB e BC na ilustração a seguir:



Determinando o valor de x:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

$$\frac{2x-3}{x+2} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{2x-3}{x+2} = \frac{5}{6}$$

$$6 \cdot (2x-3) = 5 \cdot (x+2)$$

$$12x-18 = 5x+10$$

$$12x-5x = 10+18$$

$$7x = 28$$

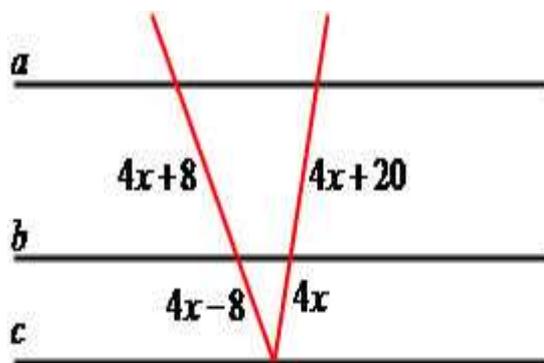
$$x = \frac{28}{7}$$

$$x = 4$$

$$AB = 2x - 3 \rightarrow 2 \cdot 4 - 3 = 5$$

$$BC = x + 2 \rightarrow 4 + 2 = 6$$

2) Determine o valor de x na figura a seguir:



$$\frac{4x+8}{4x-8} = \frac{4x+20}{4x}$$

$$4x \cdot (4x+8) = (4x-8) \cdot (4x+20)$$

$$16x^2 + 32x = 16x^2 + 80x - 32x - 160$$

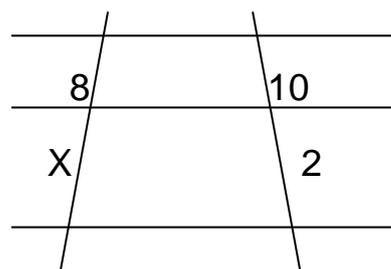
$$16x^2 - 16x^2 + 32x + 32x - 80x = -160$$

$$-16x = -160$$

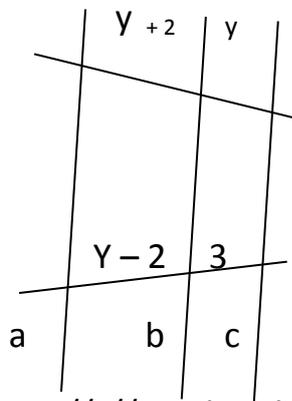
$$x = 10$$

3) Na figura $a \parallel b \parallel c$, determinar a medida x indicada:

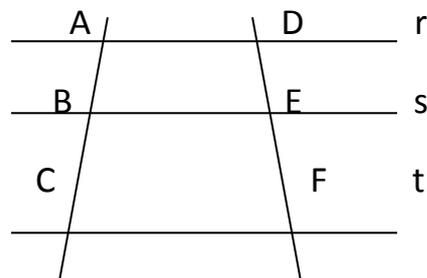
a)



b)



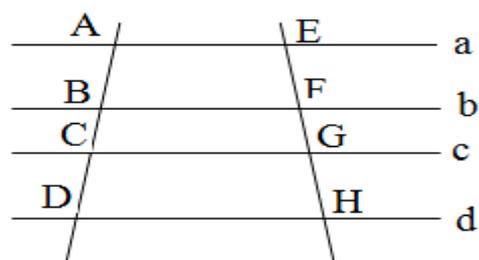
4) Na figura, $r \parallel s \parallel t$, sabendo-se que $AB = 5$ cm, $BC = 9$ cm e $DF = 28$ cm, determine as medidas DE e EF .



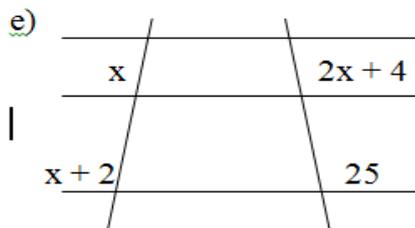
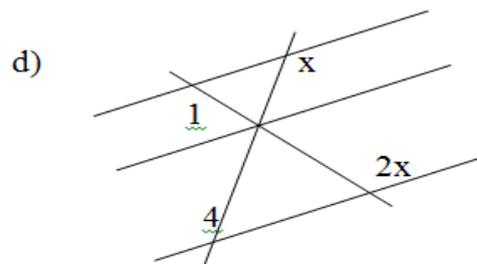
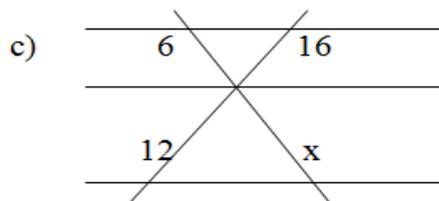
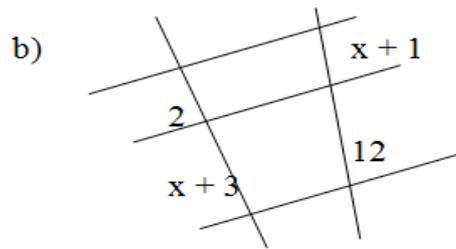
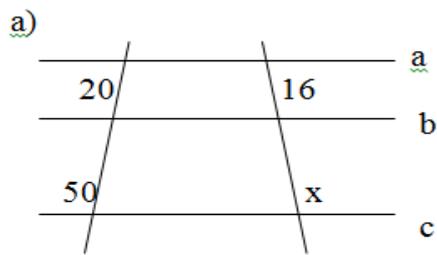
5) Verifique se os segmentos $AB = 25$ cm, $MN = 15$ cm, $PQ = 10$ cm e $RS = 6$ cm são, nessa ordem, proporcionais.

6) Quatro segmentos \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{EF} e \overline{GH} , são nessa ordem, proporcionais. Sabendo-se que $AB = 15$ cm, $CD = 12$ cm e $EF = 8$ cm, qual a medida de \overline{GH} ?

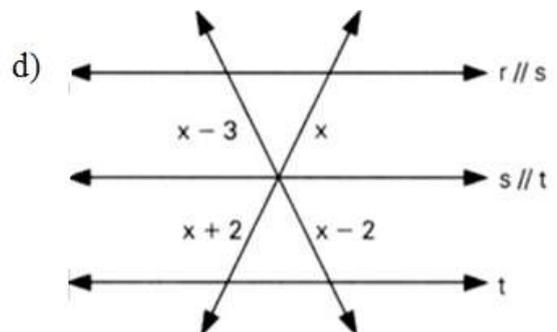
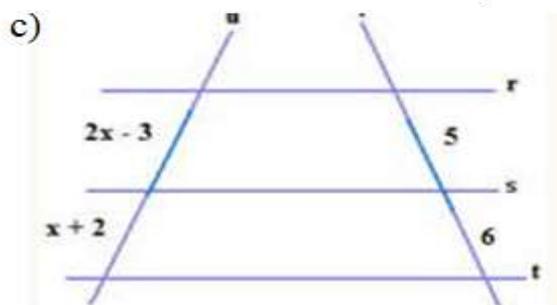
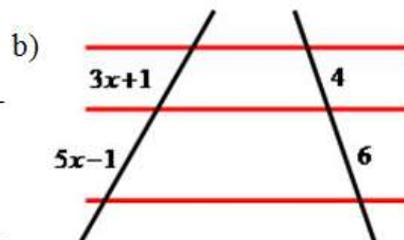
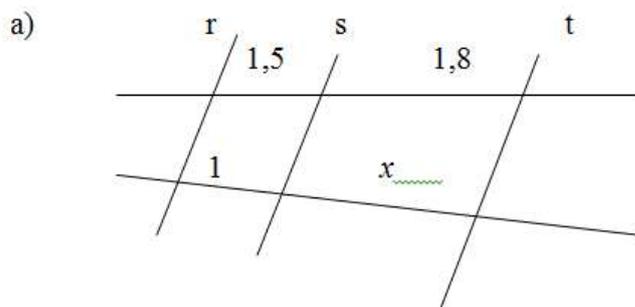
7) Na figura, $a \parallel b \parallel c \parallel d$. Sabendo que $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD}$ e $\overline{EF} = 8$ cm, qual a medida de \overline{GH} sendo $FG = 12$



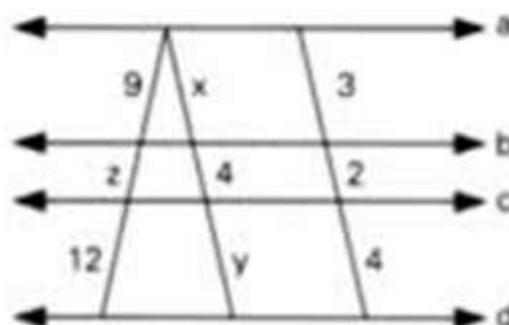
8) Nas figuras a//b//c, determine os valores de x.



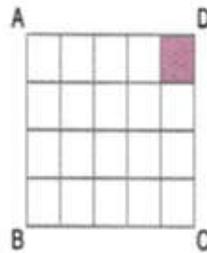
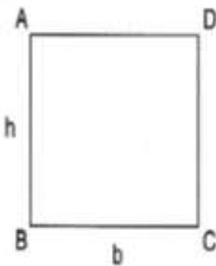
9) Na figura seguinte, determine o valor de x, sabendo que $r \parallel s \parallel t$.



e) a//b//c//d



Área do retângulo

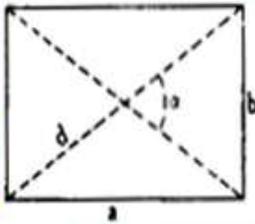


1 unidade de área de superfície (1 u.s.)

$$A = b \cdot h$$

Assim, se no retângulo ABCD chamamos:

- A : área da superfície de ABCD;
- b : medida da base \overline{BC} ;
- h : medida da altura \overline{AB} ;



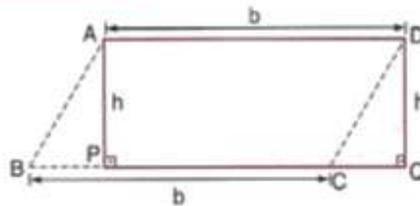
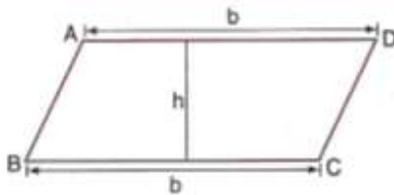
$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$S = ab$$

ou seja:

A área de um retângulo é igual ao produto da medida da base pela medida da altura.

Área do paralelogramo



$$A = b \cdot h$$

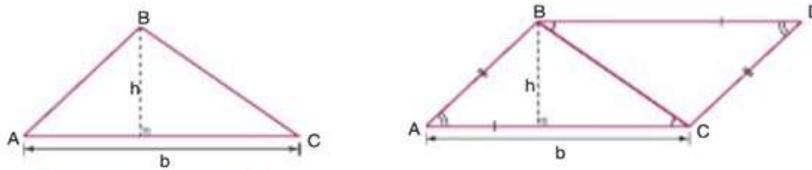
A área de um paralelogramo é igual ao produto da medida da base pela medida da altura.

Fazer os exercícios do livro páginas 230 e 231 números: 1, 2, 3, 4 e 5

páginas 233 números: 15 e 16. **COPIAR E RESOLVER NO CADERNO**

Área do triângulo

Seja o triângulo ABC, cuja base \overline{AC} mede b e a altura relativa a essa base mede h , representado na figura abaixo.

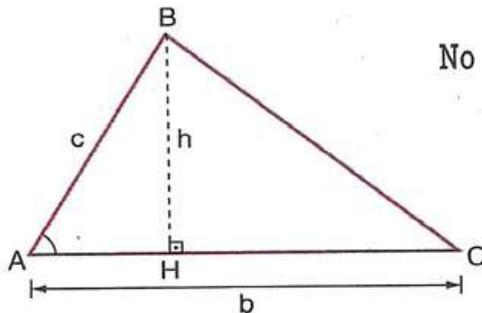


$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

A área de um triângulo é igual à metade do produto da medida da base pela medida da altura.

Expressões da área de um triângulo

Em função das medidas de dois lados e do seno do ângulo compreendido entre eles



No triângulo retângulo AHB, temos:

$$\text{sen } \hat{A} = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c \cdot \text{sen } \hat{A}$$

Como a área do triângulo ABC é dada por $A = \frac{b \cdot h}{2}$, então:

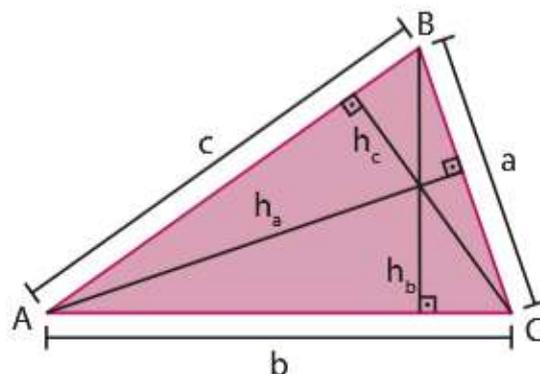
$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \text{sen } \hat{A}$$

OBSERVAÇÃO



De modo geral, temos:

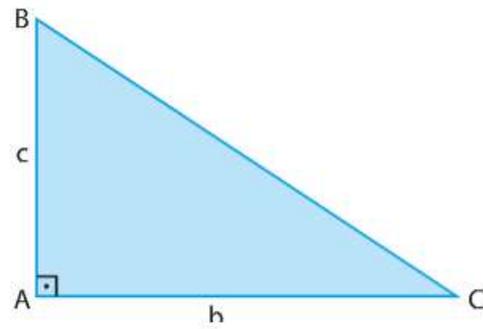
$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} \text{ ou } A = \frac{b \cdot h_b}{2} \text{ ou } A = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



▶ Casos particulares

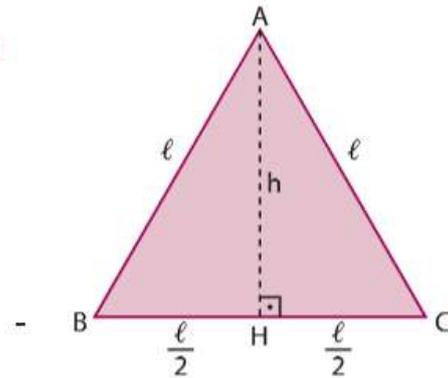
Área do triângulo retângulo

$$A = \frac{b \cdot c}{2}$$



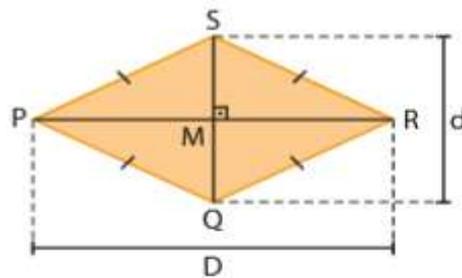
Área do triângulo equilátero

$$A = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$



▶ Área do losango

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$



A área de um losango é igual à metade do produto das medidas das diagonais.

▶ Área do trapézio

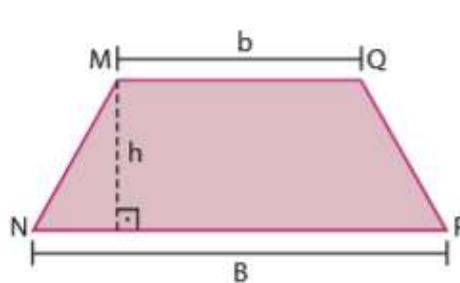


figura 1

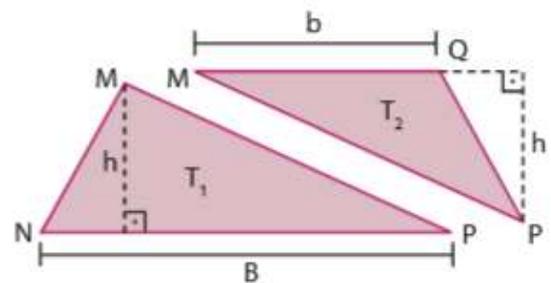
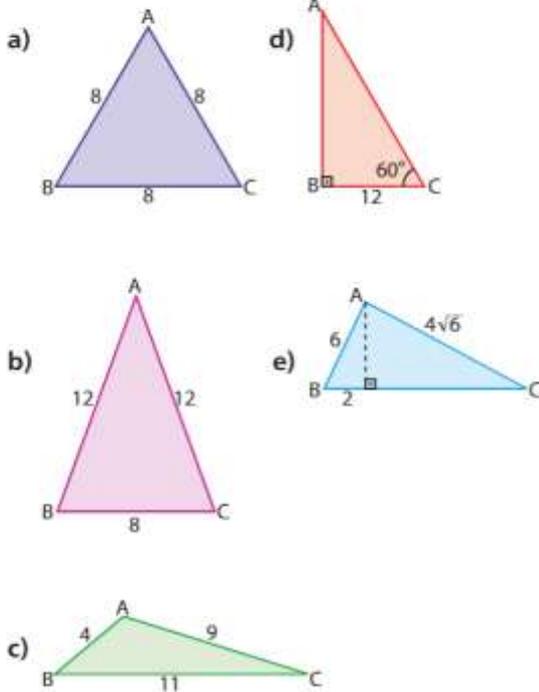


figura 2

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

A área de um trapézio é igual à metade do produto da soma das medidas das bases pela medida da altura.

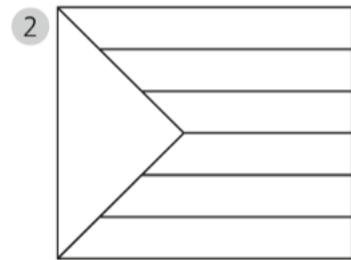
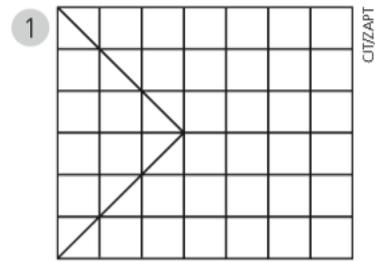
18 Determine a área de cada um dos triângulos representados nas figuras seguintes, nas quais a unidade das medidas indicadas é o metro.



19 Calcule a área do triângulo em cada um dos seguintes casos:

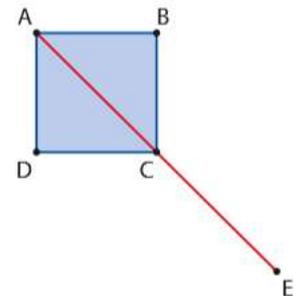
- A medida de um lado é 12 cm, e a altura relativa a esse lado mede 8 cm.
- As medidas dos lados são 8 m, 10 m e 14 m.
- O triângulo é equilátero, e os lados medem 6 dm.
- O triângulo é isósceles, os lados congruentes medem 12 m, e o outro lado mede 6 m.
- O triângulo é retângulo, e os catetos medem 3,6 cm e 4,8 cm.
- O triângulo é retângulo, com um dos catetos e a hipotenusa medindo 12 dm e 18 dm, respectivamente.
- Dois lados, que medem 14 m e 18 m, determinam entre si um ângulo que mede 30° .

20 Sabe-se que para desenhar uma bandeira, inicialmente, Valentina dividiu uma folha de papel em quadradinhos congruentes e, depois, para poder pintá-la, apagou parte do quadriculado para que ela ficasse da forma como é mostrado na segunda figura.



Se as dimensões da folha eram $(0,24 \text{ m}) \times (0,28 \text{ m})$, determine a área da superfície triangular da bandeira, em centímetros quadrados.

21 Sobre a figura ao lado sabe-se que ABCD é um quadrado, $AB = 6 \text{ cm}$ e C é ponto médio do segmento AE.



Determine a área do triângulo BCE, em centímetros quadrados.

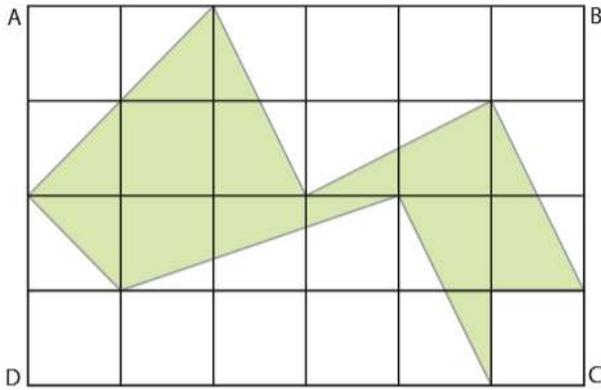
22 A superfície do tampo da mesa mostrada na figura é um quadrado, composto de quatro triângulos isósceles congruentes cujos lados congruentes medem $\frac{3\sqrt{2}}{5} \text{ m}$.



Determine a área da superfície do tampo dessa mesa.

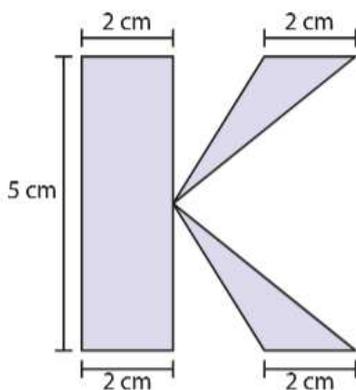
23 Determine a área de um triângulo retângulo tal que a soma das medidas dos catetos é igual a 28 cm e a soma dos quadrados das medidas dos três lados é igual a 800 cm^2 .

- 24 Na figura abaixo, o retângulo ABCD foi dividido em quadrados de 2 cm de lado.



Qual é a área da região sombreada, em centímetros quadrados?

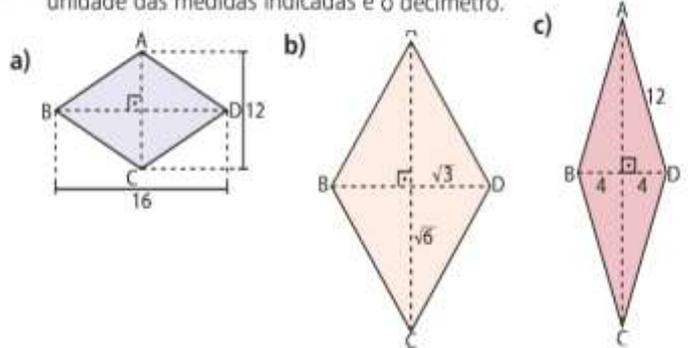
- 25 Em um terreno, com a forma de um triângulo retângulo cujos catetos medem 32 m e 27 m, pretende-se construir um edifício de base retangular, de lados paralelos aos catetos. Quais devem ser as dimensões da base desse edifício de modo a haver maior aproveitamento do terreno?
- 26 Um triângulo equilátero ABC tem 8 cm de lado. Se a medida de cada lado desse triângulo for acrescida de seus 25%, que porcentagem de acréscimo sofrerá a área de ABC?
- 27 Kátia levou 20 peças de seu enxoval a uma costureira, para que ela confeccionasse e aplicasse, em cada peça, o monograma mostrado na figura abaixo.



CITIZAPT

Considerando que para fazer esse monograma a costureira cobra pelo tecido usado, ao custo de R\$ 120,00 o metro quadrado, e pela sua mão de obra, R\$ 7,50 por monograma confeccionado e aplicado, determine a quantia que Kátia deverá desembolsar pelo serviço contratado.

- 28 Em cada caso, determine a área do losango ABCD, considerando que a unidade das medidas indicadas é o decímetro.



- 29 Determine a área do losango sob as seguintes condições:
- A medida do lado é 8 cm, e uma das diagonais mede 12 cm.
 - O perímetro é 40 dm e a diagonal maior mede 16 dm.
 - O perímetro é 60 cm, e dois lados formam entre si um ângulo de 120° .
 - As diagonais estão entre si na razão $\frac{3}{4}$, e o perímetro é 50 m.
- 30 Em um mapa, feito em uma escala de 1 : 9 000 000, certo município aparece representado por um losango cujo lado mede 1,25 cm. Sabendo que as medidas das diagonais estão entre si assim como 3 está para 4, determine a área real desse município, em quilômetros quadrados.

- 31 Determine a área de cada um dos trapézios seguintes, nos quais a unidade das medidas de comprimento indicada é o metro.

