

	Nível: <b>Ensino Médio</b>	Área de conhecimento: <b>Matemática</b>	Turma:	
	Disciplina: <b>BOATEMÁTICA</b>		3º Bimestre	
	Data: ____/____/____	<b>TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO TEOREMA DE TALES ÁREA DE FIGURAS PLANAS</b>		
	Professor: <b>Marcus Sales</b>			
	Aluno (a):			

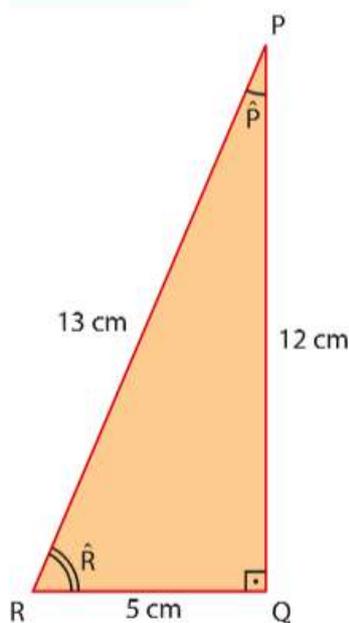
Medidas dos lados de um triângulo Retângulo podemos usar:

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \theta}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } \theta}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \theta}{\text{medida do cateto adjacente a } \theta}$$

**EXEMPLO 3**



No triângulo retângulo ao lado, temos:

$$\text{sen } \hat{P} = \frac{5 \text{ cm}}{13 \text{ cm}} = \frac{5}{13} \text{ e}$$

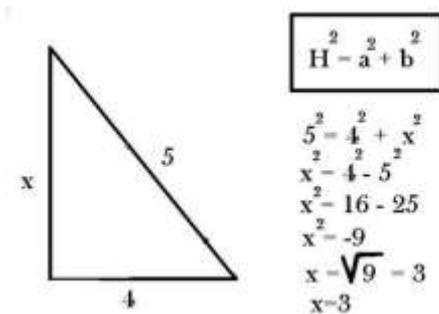
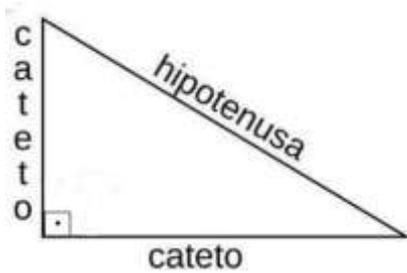
$$\text{sen } \hat{R} = \frac{12 \text{ cm}}{13 \text{ cm}} = \frac{12}{13}$$

$$\text{cos } \hat{P} = \frac{12 \text{ cm}}{13 \text{ cm}} = \frac{12}{13} \text{ e}$$

$$\text{cos } \hat{R} = \frac{5 \text{ cm}}{13 \text{ cm}} = \frac{5}{13}$$

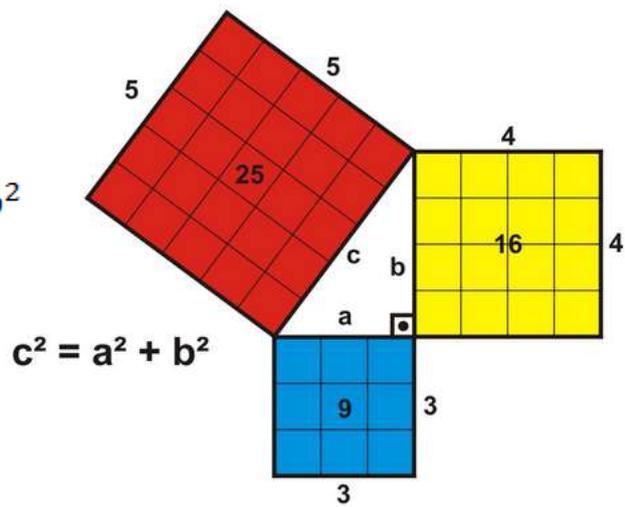
## TEOREMA DE PITÁGORAS

$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$$

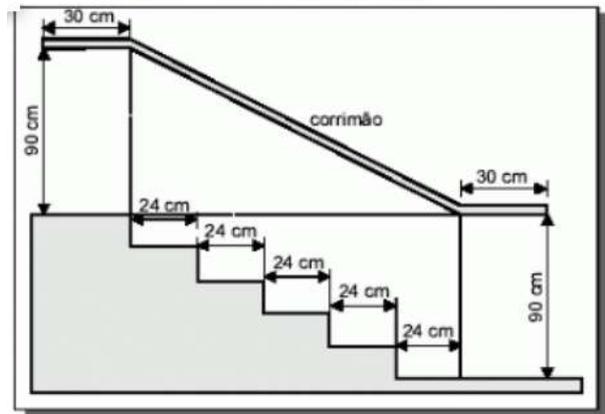


$$H^2 = a^2 + b^2$$

$$\begin{aligned} 5^2 &= 4^2 + x^2 \\ x^2 &= 5^2 - 4^2 \\ x^2 &= 25 - 16 \\ x^2 &= 9 \\ x &= \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$



Observe isso!!  
Parece Complicado ?  
Observe e pense um pouquinho!!



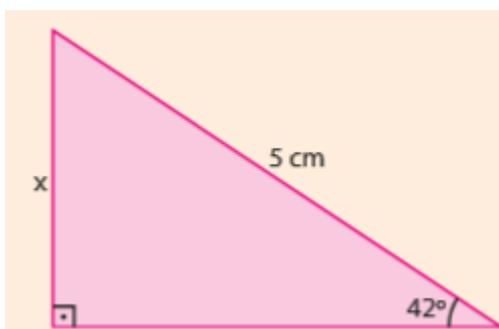
## TABELA DOS ÂNGULOS IMPORTANTES

Ângulo \ Razão	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

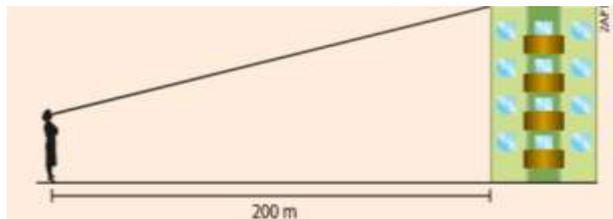
Medidas dos Lados de um triângulo Retângulo

### EXEMPLOS:

2º) Determine o valor de X na figura:



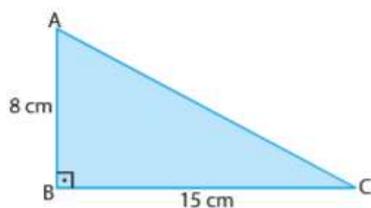
3°) Uma mulher, cujos olhos estão a 1,5 m do solo, avista, sob um ângulo de  $12^\circ$ , o topo de um edifício que se encontra 200m dela. Qual é a altura aproximada do edifício?



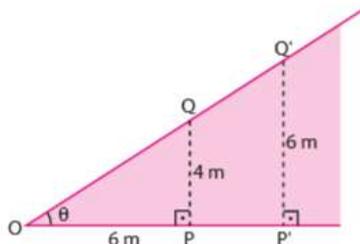
### ATIVIDADES PROPOSTAS

1 Com base na figura, determine:

- a)  $\text{sen } \hat{A}$ ,  $\text{cos } \hat{A}$  e  $\text{tg } \hat{A}$ .  
 b)  $\text{sen } \hat{C}$ ,  $\text{cos } \hat{C}$  e  $\text{tg } \hat{C}$ .



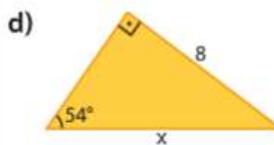
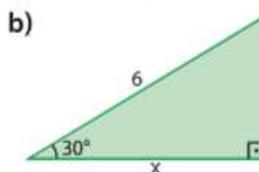
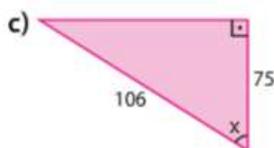
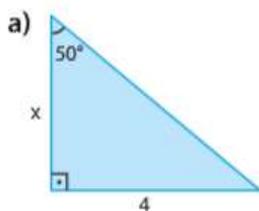
2 Observe a figura seguinte:



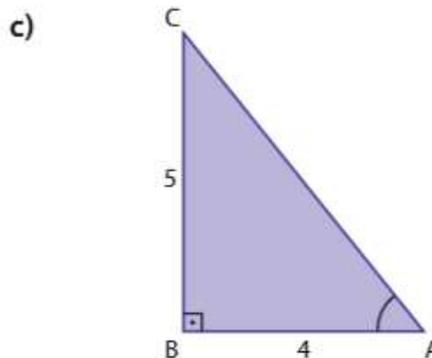
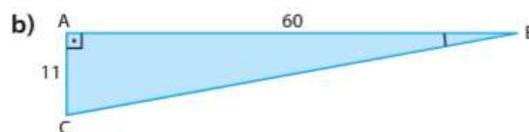
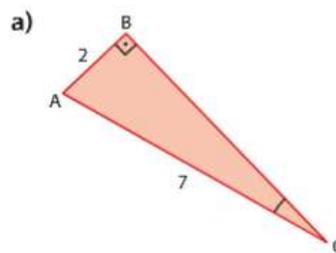
Determine:

- a)  $\text{tg } \theta$                       b) a distância de O a P'

8 Determine a medida aproximada de  $x$  em cada caso:



3 Em cada caso, determine o seno do ângulo agudo assinalado.



4 Cada item traz as medidas dos lados de um triângulo retângulo em que  $a$  representa a medida da hipotenusa, e  $b$  e  $c$  são as medidas dos catetos. Determine o cosseno de cada um dos ângulos agudos,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ , opostos, respectivamente, a  $b$  e a  $c$ .

- a)  $b = 3 \text{ cm}$  e  $c = 4 \text{ cm}$ .  
 b)  $a = 12 \text{ cm}$  e  $b = 7 \text{ cm}$ .

5 Um observador avista o topo de um obelisco de 120 m de altura sob um ângulo de  $27^\circ$ . Considere desprezível a altura do observador.

- a) A que distância o observador se encontra da base do obelisco?  
 Use os valores:  $\text{sen } 27^\circ \approx 0,45$ ,  $\text{cos } 27^\circ \approx 0,9$  e  $\text{tg } 27^\circ \approx 0,5$ .  
 b) Aproximando-se 100 m do obelisco, em linha reta, o observador passa a mirá-lo sob um ângulo  $\alpha$ . Determine  $\alpha$ .

6 Um barco atravessa um rio de 97 m de largura em um trecho em que as margens são paralelas. Devido à correnteza, segue uma direção que forma um ângulo de  $76^\circ$  com a margem de partida. Qual é a distância percorrida pelo barco?

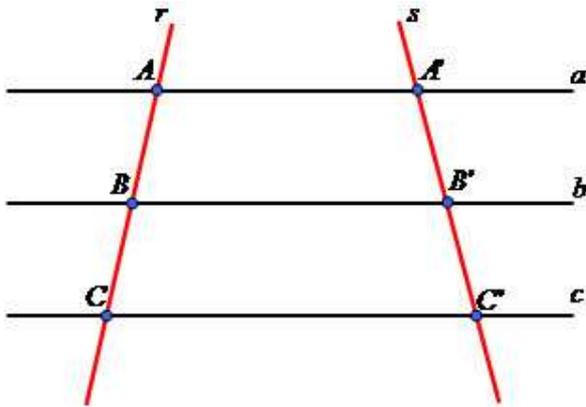
7 Um arquiteto desenvolveu um projeto de uma rampa para vencer um desnível de 3,2 m entre dois pisos. Para respeitar a norma acima, qual deverá ser o comprimento horizontal mínimo dessa rampa? Para facilitar os cálculos, use a aproximação:  $\frac{1}{12} \approx 0,0833$ .

## Teorema de Tales

O Teorema de Tales pode ser determinado pela seguinte lei de correspondência:

“Feixes de retas paralelas cortadas ou intersectadas por segmentos transversais formam segmentos de retas proporcionalmente correspondentes”.

Para compreender melhor o teorema observe o esquema representativo a seguir:

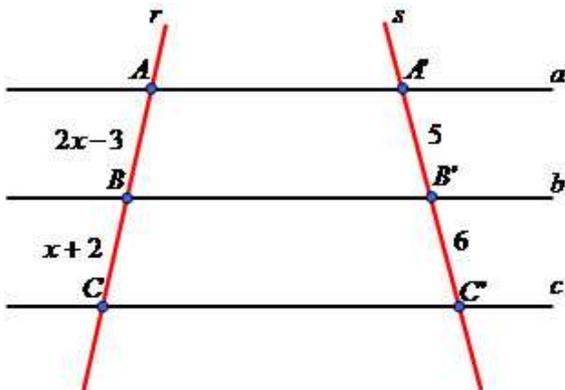


Pela proporcionalidade existente no Teorema, temos a seguinte situação:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

### Exemplo 1

Aplicando a proporcionalidade existente no Teorema de Tales, determine o valor dos segmentos AB e BC na ilustração a seguir:



Determinando o valor de x:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

$$\frac{2x-3}{x+2} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{2x-3}{x+2} = \frac{5}{6}$$

$$6 \cdot (2x-3) = 5 \cdot (x+2)$$

$$12x-18 = 5x+10$$

$$12x-5x = 10+18$$

$$7x = 28$$

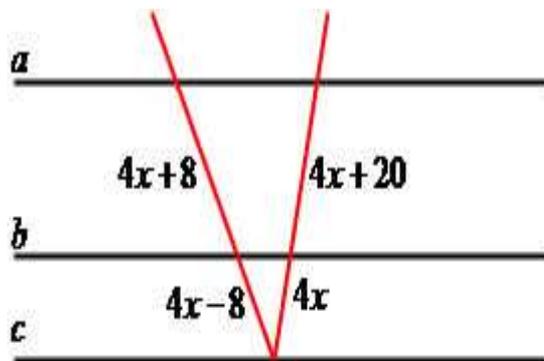
$$x = \frac{28}{7}$$

$$x = 4$$

$$AB = 2x - 3 \rightarrow 2 \cdot 4 - 3 = 5$$

$$BC = x + 2 \rightarrow 4 + 2 = 6$$

2) Determine o valor de x na figura a seguir:



$$\frac{4x+8}{4x-8} = \frac{4x+20}{4x}$$

$$4x \cdot (4x+8) = (4x-8) \cdot (4x+20)$$

$$16x^2 + 32x = 16x^2 + 80x - 32x - 160$$

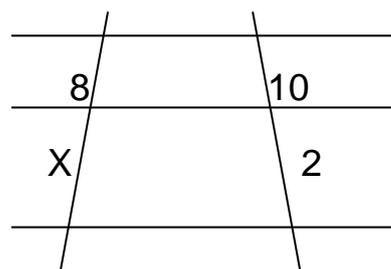
$$16x^2 - 16x^2 + 32x + 32x - 80x = -160$$

$$-16x = -160$$

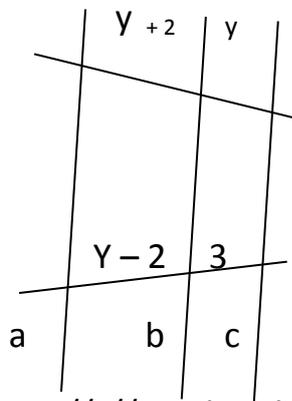
$$x = 10$$

3) Na figura a//b//c, determinar a medida x indicada:

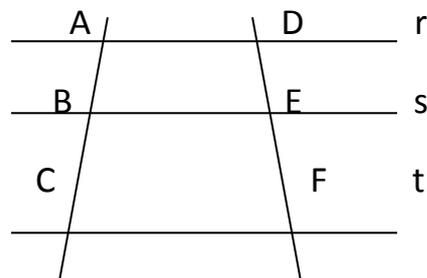
a)



b)



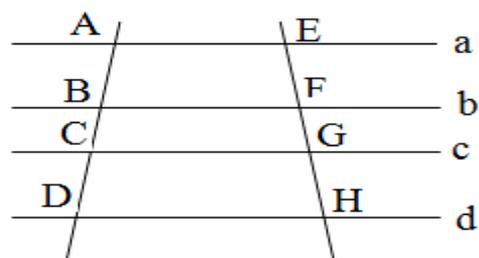
4) Na figura,  $r \parallel s \parallel t$ , sabendo-se que  $AB = 5$  cm,  $BC = 9$  cm e  $DF = 28$ cm, determine as medidas  $DE$  e  $EF$ .



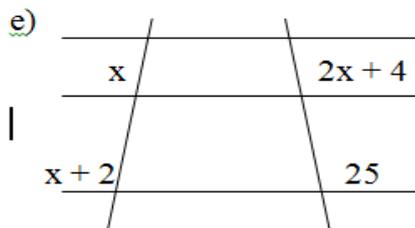
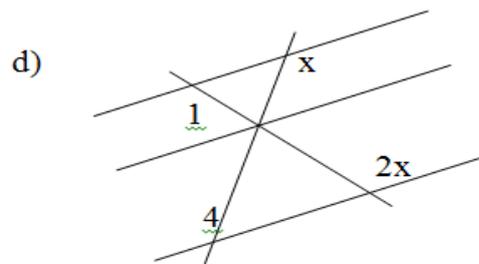
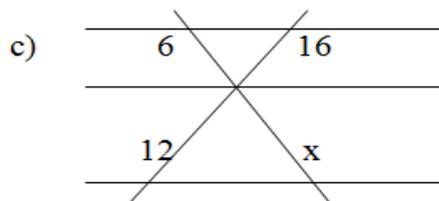
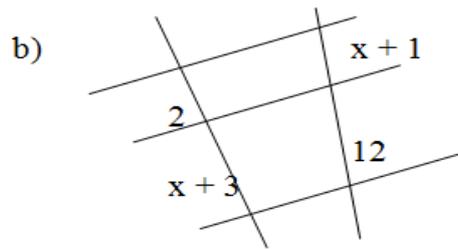
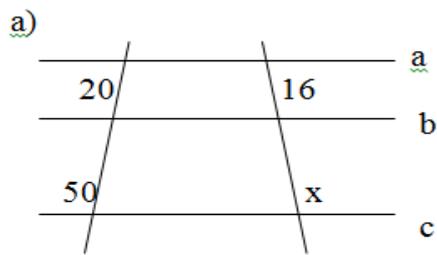
5) Verifique se os segmentos  $AB = 25$ cm,  $MN = 15$  cm,  $PQ = 10$ cm e  $RS = 6$ cm são, nessa ordem, proporcionais.

6) Quatro segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{EF}$  e  $\overline{GH}$ , são nessa ordem, proporcionais. Sabendo-se que  $AB = 15$ cm,  $CD = 12$ cm e  $EF = 8$ cm, qual a medida de  $\overline{GH}$ ?

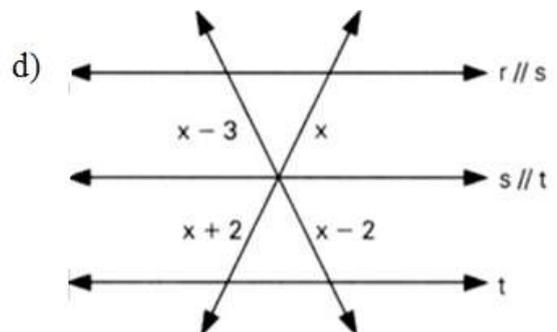
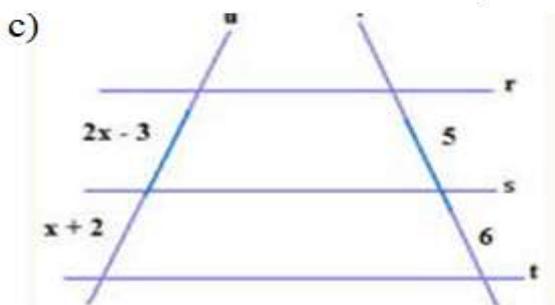
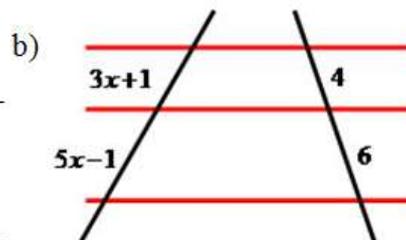
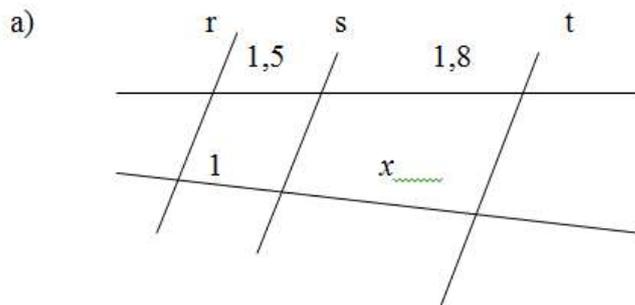
7) Na figura,  $a \parallel b \parallel c \parallel d$ . Sabendo que  $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD}$  e  $\overline{EF} = 8$ cm, qual a medida de  $\overline{GH}$  sendo  $FG = 12$



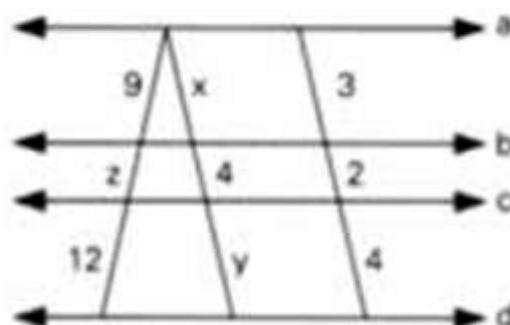
8) Nas figuras a//b//c, determine os valores de x.



9) Na figura seguinte, determine o valor de x, sabendo que  $r \parallel s \parallel t$ .



e) a//b//c//d

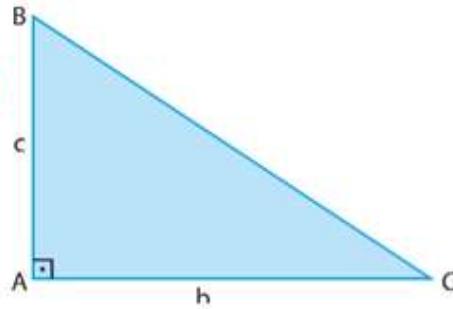


Fazer os exercícios do livro páginas

## ▶ Casos particulares

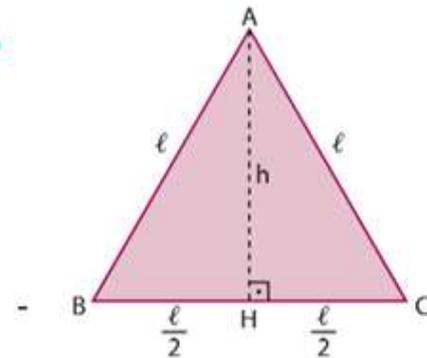
## Área do triângulo retângulo

$$A = \frac{b \cdot c}{2}$$



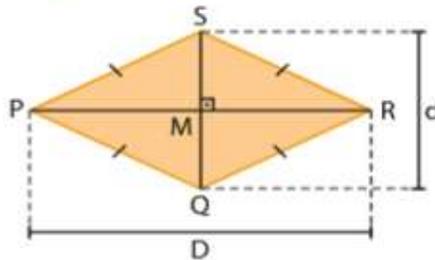
## Área do triângulo equilátero

$$A = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$



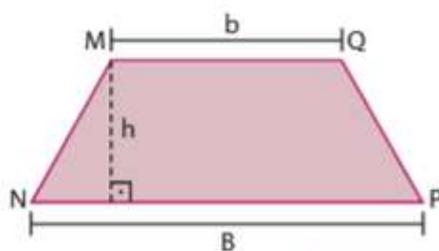
## ▶ Área do losango

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$



A área de um losango é igual à metade do produto das medidas das diagonais.

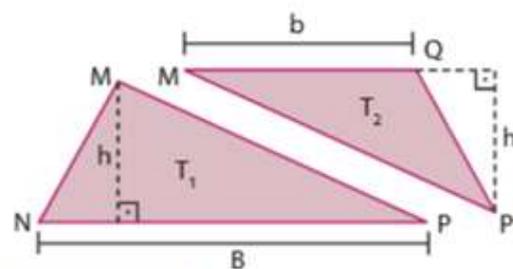
## ▶ Área do trapézio



figura

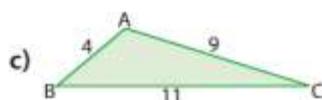
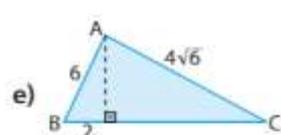
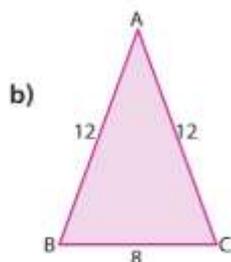
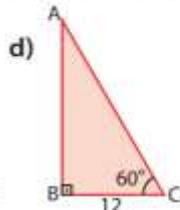
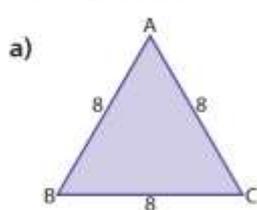
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

figura 2



A área de um trapézio é igual à metade do produto da soma das medidas das bases pela medida da altura.

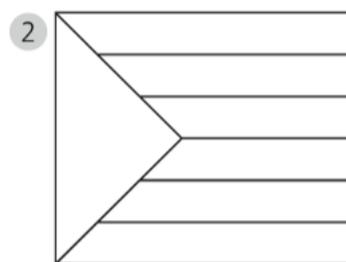
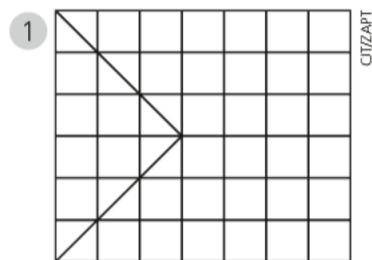
**18** Determine a área de cada um dos triângulos representados nas figuras seguintes, nas quais a unidade das medidas indicadas é o metro.



**19** Calcule a área do triângulo em cada um dos seguintes casos:

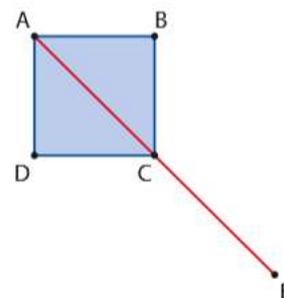
- A medida de um lado é 12 cm, e a altura relativa a esse lado mede 8 cm.
- As medidas dos lados são 8 m, 10 m e 14 m.
- O triângulo é equilátero, e os lados medem 6 dm.
- O triângulo é isósceles, os lados congruentes medem 12 m, e o outro lado mede 6 m.
- O triângulo é retângulo, e os catetos medem 3,6 cm e 4,8 cm.
- O triângulo é retângulo, com um dos catetos e a hipotenusa medindo 12 dm e 18 dm, respectivamente.
- Dois lados, que medem 14 m e 18 m, determinam entre si um ângulo que mede  $30^\circ$ .

**20** Sabe-se que para desenhar uma bandeira, inicialmente, Valentina dividiu uma folha de papel em quadradinhos congruentes e, depois, para poder pintá-la, apagou parte do quadriculado para que ela ficasse da forma como é mostrado na segunda figura.



Se as dimensões da folha eram  $(0,24 \text{ m}) \times (0,28 \text{ m})$ , determine a área da superfície triangular da bandeira, em centímetros quadrados.

**21** Sobre a figura ao lado sabe-se que ABCD é um quadrado,  $AB = 6 \text{ cm}$  e C é ponto médio do segmento  $\overline{AE}$ .



Determine a área do triângulo BCE, em centímetros quadrados.

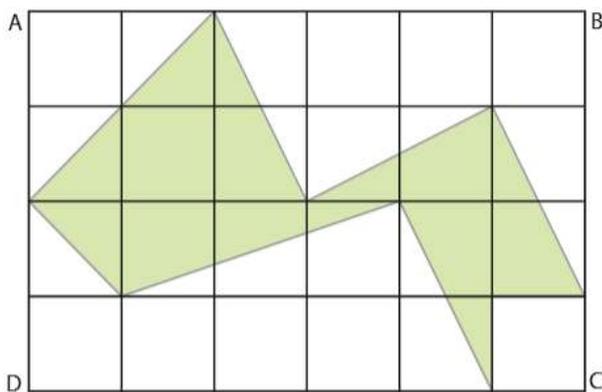
**22** A superfície do tampo da mesa mostrada na figura é um quadrado, composto de quatro triângulos isósceles congruentes cujos lados congruentes medem  $\frac{3\sqrt{2}}{5} \text{ m}$ .



Determine a área da superfície do tampo dessa mesa.

**23** Determine a área de um triângulo retângulo tal que a soma das medidas dos catetos é igual a 28 cm e a soma dos quadrados das medidas dos três lados é igual a  $800 \text{ cm}^2$ .

- 24** Na figura abaixo, o retângulo ABCD foi dividido em quadrados de 2 cm de lado.

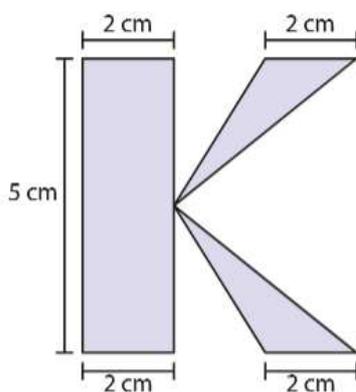


Qual é a área da região sombreada, em centímetros quadrados?

- 25** Em um terreno, com a forma de um triângulo retângulo cujos catetos medem 32 m e 27 m, pretende-se construir um edifício de base retangular, de lados paralelos aos catetos. Quais devem ser as dimensões da base desse edifício de modo a haver maior aproveitamento do terreno?

- 26** Um triângulo equilátero ABC tem 8 cm de lado. Se a medida de cada lado desse triângulo for acrescida de seus 25%, que porcentagem de acréscimo sofrerá a área de ABC?

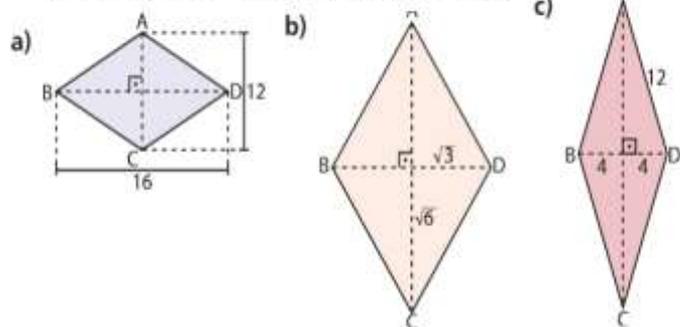
- 27** Kátia levou 20 peças de seu enxoval a uma costureira, para que ela confeccionasse e aplicasse, em cada peça, o monograma mostrado na figura abaixo.



CITIZART

Considerando que para fazer esse monograma a costureira cobra pelo tecido usado, ao custo de R\$ 120,00 o metro quadrado, e pela sua mão de obra, R\$ 7,50 por monograma confeccionado e aplicado, determine a quantia que Kátia deverá desembolsar pelo serviço contratado.

- 28** Em cada caso, determine a área do losango ABCD, considerando que a unidade das medidas indicadas é o decímetro.

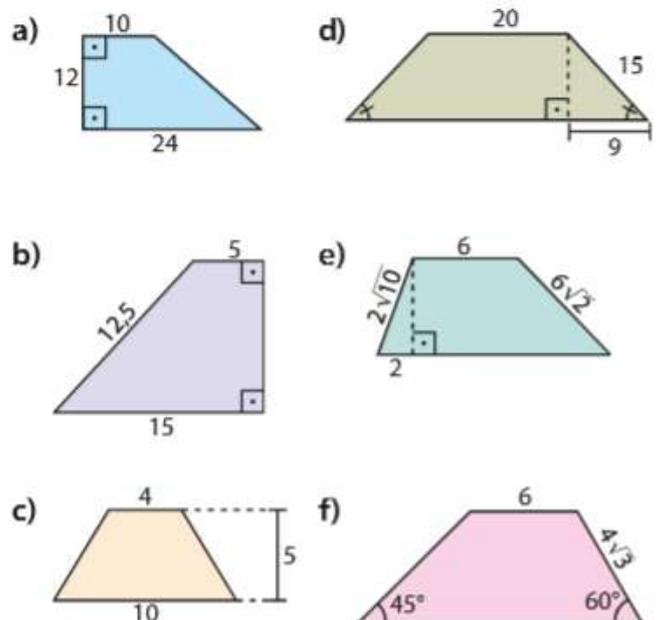


- 29** Determine a área do losango sob as seguintes condições:

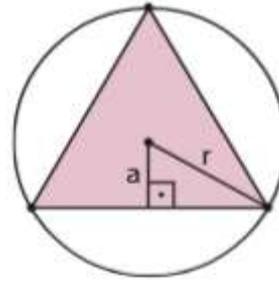
- A medida do lado é 8 cm, e uma das diagonais mede 12 cm.
- O perímetro é 40 dm e a diagonal maior mede 16 dm.
- O perímetro é 60 cm, e dois lados formam entre si um ângulo de  $120^\circ$ .
- As diagonais estão entre si na razão  $\frac{3}{4}$ , e o perímetro é 50 m.

- 30** Em um mapa, feito em uma escala de 1 : 9000000, certo município aparece representado por um losango cujo lado mede 1,25 cm. Sabendo que as medidas das diagonais estão entre si assim como 3 está para 4, determine a área real desse município, em quilômetros quadrados.

- 31** Determine a área de cada um dos trapézios seguintes, nos quais a unidade das medidas de comprimento indicada é o metro.



## ► Área do círculo



$$A = \pi r^2$$

A área de um círculo é igual ao produto do número real  $\pi$  pelo quadrado da medida do seu raio.

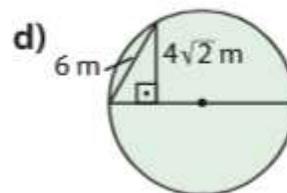
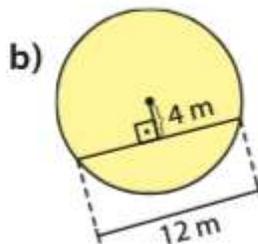
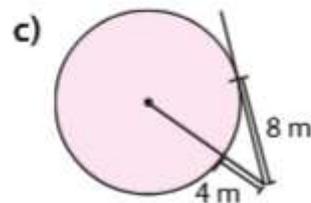
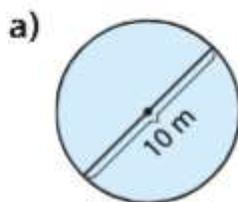
**40** Determine a área do círculo, sob as seguintes condições:

- a) A medida do raio é 11 dm.
- b) A medida do diâmetro é 24 m.
- c) O círculo tem  $32\pi$  cm de perímetro.

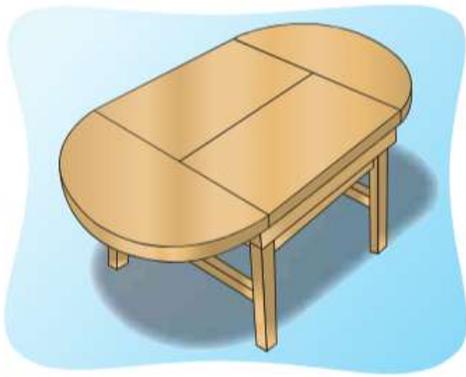
**41** Qual é a área do círculo inscrito em um quadrado cujo lado mede 12 dm?

**42** Determine a área do círculo cujo perímetro é igual ao perímetro do retângulo cujos lados medem  $6\pi$  cm e  $4\pi$  cm.

**43** Calcule a área de cada círculo representado nas figuras seguintes:



**44** Sabe-se que o tampo da mesa mostrada na figura é composto de duas tábuas retangulares, cada qual com 0,35 m de largura, e dois semicírculos, cada um com 0,80 m de diâmetro.



CITIZART

Elementos  
sem  
proporção  
entre si.

Nessas condições, qual é a área da superfície do tampo dessa mesa?

Use  $\pi \approx 3,14$ .