



ESCOLA ESTADUAL

FREDERICO JOSÉ PEDREIRA NETO

Turma: _____

VALOR: pontos

Data:

____/____/2017

PROFESSOR: MARCUS SALES

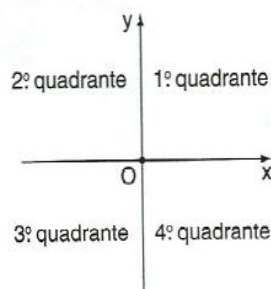
ALUNO (A):

Plano cartesiano

Vamos apresentar novamente o plano cartesiano, já caracterizado no volume 1 desta coleção.

Consideremos dois eixos orientados, x e y , perpendiculares em O . O plano determinado por esses eixos é o **plano cartesiano**.

Cada uma das partes em que o plano fica dividido pelos eixos x e y recebe o nome de **quadrante**. Os quatro quadrantes são numerados no sentido anti-horário, como mostra a figura:

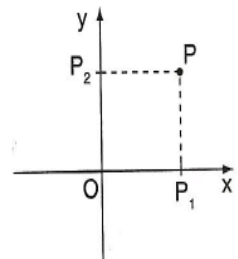


- O eixo x (ou eixo Ox) recebe o nome de **eixo das abscissas**.
- O eixo y (ou eixo Oy) recebe o nome de **eixo das ordenadas**.
- O ponto O é a **origem** do sistema de eixos cartesianos ortogonal ou retangular. Esse sistema é frequentemente indicado por xOy .

Dado um ponto P qualquer do plano cartesiano, traçamos por P as retas paralelas aos eixos x e y . Sejam P_1 e P_2 os pontos de interseção dessas retas com os eixos x e y , respectivamente.

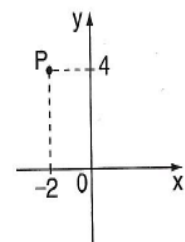
Dizemos que:

- a abscissa de P (indica-se por x_p) é a medida algébrica do segmento $\overline{OP_1}$;
- a ordenada de P (indica-se por y_p) é a medida algébrica do segmento $\overline{OP_2}$;
- as **coordenadas** de P são os números reais x_p e y_p , indicados, em geral, na forma do par ordenado (x_p, y_p) .



Exemplo 1

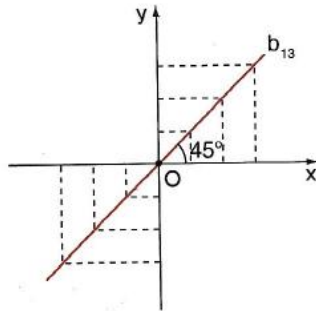
Um ponto P possui coordenadas dadas por $P(-2, 4)$. Isso significa que a abscissa de P vale -2 e sua ordenada vale 4 . P encontra-se no 2º quadrante.



Observações

- A cada ponto P do plano cartesiano corresponde um par ordenado (x_p, y_p) de números reais e, inversamente, para cada par ordenado (x_p, y_p) de números reais corresponde um ponto P do plano.
- Um ponto pertence ao eixo das abscissas quando sua ordenada é nula. Desse modo, para todo $a \in \mathbb{R}$, o ponto $(a, 0)$ pertence ao eixo x .
- Um ponto pertence ao eixo das ordenadas quando sua abscissa é nula. Assim, para todo $b \in \mathbb{R}$, o ponto $(0, b)$ pertence ao eixo y .
- Um ponto pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares (b_{13}) quando suas coordenadas são iguais.

- Um ponto pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares (b_{13}) quando suas coordenadas são iguais.

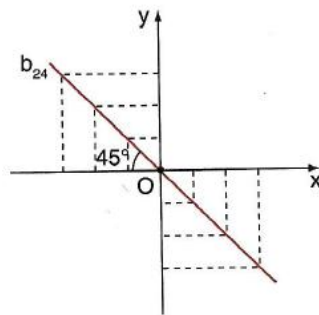


Pense nisto: Por que o ângulo indicado no sistema cartesiano ao lado mede 45° ?



Assim, para todo $a \in \mathbb{R}$, o ponto (a, a) pertence à bissetriz b_{13} .

- Um ponto pertence à bissetriz dos quadrantes pares (b_{24}) quando suas coordenadas são opostas.



Pense nisto: O ponto $(a, -a)$ pode pertencer ao 2º ou ao 4º quadrante.



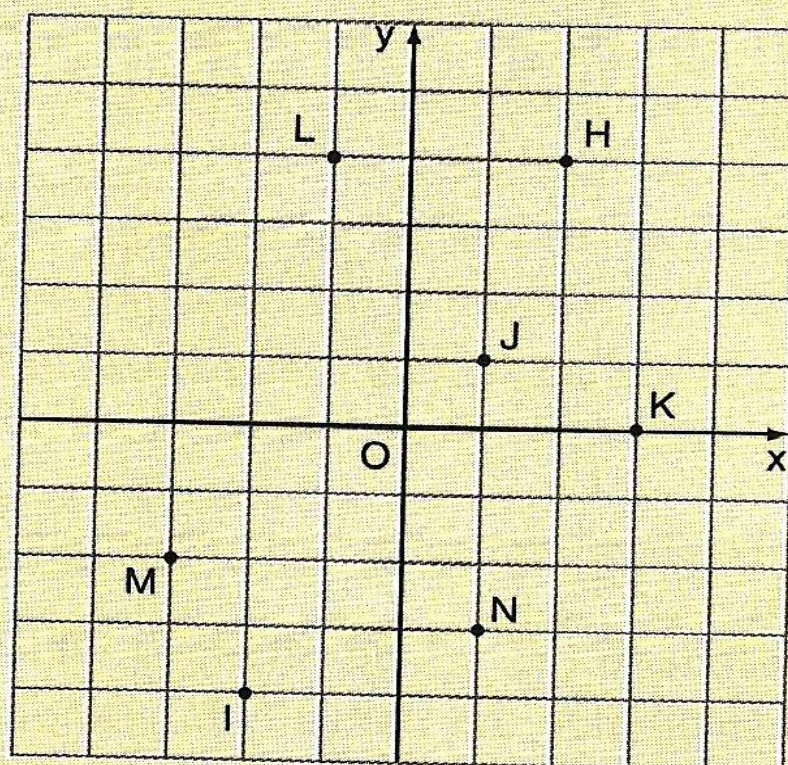
Para todo $a \in \mathbb{R}$, o ponto $(a, -a)$ pertence à bissetriz b_{24} .

Os exercícios seguintes estão na página 12 n^{os} 1 a 6 (copiar e responder)

Exercícios

1. Situe no mesmo sistema de eixos cartesianos os pontos $A(1, 3)$, $B(-2, 1)$, $C(0, -4)$, $D(-3, 0)$, $E(-2, -3)$, $F(2, -1)$, $G(3, -4)$ e $H\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

2. Forneça as coordenadas dos pontos dados no plano cartesiano abaixo.



3. Dados os seguintes pontos:

$$A(-3, 3)$$

$$E\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$$

$$I\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$

$$B\left(\frac{11}{5}, 0\right)$$

$$F(0, -5)$$

$$J(0, \pi)$$

$$C(-4, -5)$$

$$G\left(3, \frac{11}{2}\right)$$

$$K\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$$

$$D(0, \sqrt{2})$$

$$H(1, -3, 2)$$

$$L(-4, 2)$$

Indique quais pertencem:

- | | |
|---------------------|---------------------------|
| a) ao 1º quadrante. | e) ao eixo x . |
| b) ao 2º quadrante. | f) ao eixo y . |
| c) ao 3º quadrante. | g) à bissetriz b_{13} . |
| d) ao 4º quadrante. | h) à bissetriz b_{24} . |

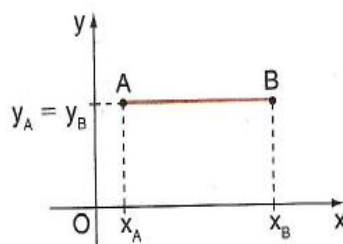
4. Determine o sinal do produto entre as coordenadas de um ponto:
- a) do 1º quadrante.
 - b) da bissetriz b_{24} .
 - c) do 3º quadrante.
 - d) do eixo das ordenadas.
5. Determine os valores reais de k para os quais o ponto $P(k^2 - 9, 5)$ pertence ao eixo das ordenadas.
6. Sendo a um número real positivo e b um número real negativo, determine em que quadrante se encontra cada um destes pontos:
- a) $P(a, b)$
 - b) $Q(-a, b)$
 - c) $R\left(2a, \frac{b}{3}\right)$
 - d) $S(-a, -b)$

Distância entre dois pontos

Dados dois pontos distintos A e B do plano cartesiano, chama-se **distância** entre eles a medida do segmento de reta que tem os dois pontos por extremidades.

Indicaremos a distância entre A e B por d_{AB} .

■ 1º caso: O segmento $\overline{AB}$ é paralelo ao eixo x .



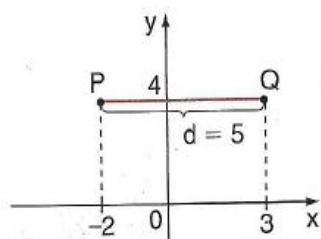
A distância entre A e B é dada pelo módulo da diferença entre as abscissas de A e B , isto é:

$$d_{AB} = |x_A - x_B|$$

2

Exemplo

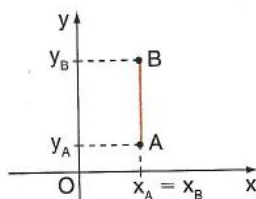
A distância entre os pontos $P(-2, 4)$ e $Q(3, 4)$ é $d_{PQ} = |-2 - 3| = |3 - (-2)| = 5$.



Pense nisto: É possível eliminar o módulo da expressão apresentada?



2º caso: O segmento $\overline{AB}$ é paralelo ao eixo y .



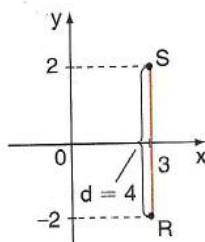
A distância entre A e B é dada pelo módulo da diferença entre as ordenadas de A e B , isto é:

$$d_{AB} = |y_A - y_B|$$

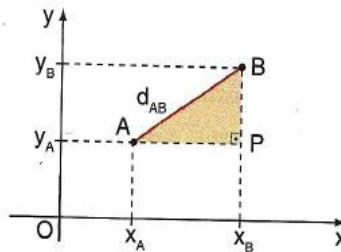
3

Exemplo

A distância entre os pontos $R(3, -2)$ e $S(3, 2)$ é $d_{RS} = |-2 - 2| = |2 - (-2)| = 4$.



- 3º caso: O segmento $\overline{AB}$ não é paralelo a nenhum dos eixos coordenados.



Observe que:

$$d_{AP} = |x_A - x_B|$$

$$d_{BP} = |y_A - y_B|$$

Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo APB, vem:

$$(d_{AB})^2 = (d_{AP})^2 + (d_{BP})^2$$

$$(d_{AB})^2 = (|x_A - x_B|)^2 + (|y_A - y_B|)^2$$

Como para todo $a \in \mathbb{R}$, $|a|^2 = a^2$, podemos escrever:

$$(d_{AB})^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Podemos observar ainda que, como $(x_A - x_B)^2 = (x_B - x_A)^2$ e $(y_A - y_B)^2 = (y_B - y_A)^2$, a ordem das diferenças que aparecem no radicando não importa.

Assim, pode-se escrever, também:

$$d_{AB} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

com Δx representando a diferença entre as abscissas, e Δy , a diferença entre as ordenadas dos pontos.

4

Exemplo

Vamos calcular a distância entre os pontos A(2, 3) e B(5, 1).

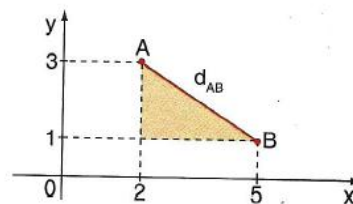
Temos:

$$d_{AB} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(2 - 5)^2 + (3 - 1)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{9 + 4}$$

$$d_{AB} = \sqrt{13} \text{ unidades}$$



Embora tenhamos deduzido a fórmula da distância entre dois pontos usando pontos do 1º quadrante, podemos notar que ela não perde a validade quando são utilizados pontos de outros quadrantes. Observe o exemplo a seguir.

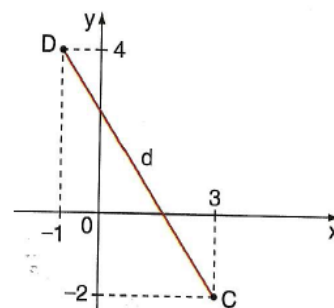
5

Exemplo

A distância d entre os pontos $C(3, -2)$ e $D(-1, 4)$, representados no gráfico ao lado, é dada por:

$$d = \sqrt{[3 - (-1)]^2 + [4 - (-2)]^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}$$

Assim, d vale $2\sqrt{13}$ unidades.



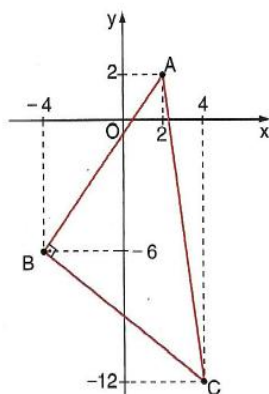
A partir de agora será omitida a palavra “unidades” quando se tratar de distância.

Pense nisto: A expressão $d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$, usada para calcular a distância entre dois pontos, também pode ser aplicada no primeiro e segundo casos apresentados.



Exercício resolvido

1. Mostrar que o triângulo de vértices $A(2, 2)$, $B(-4, -6)$ e $C(4, -12)$ é retângulo e isósceles. Em seguida, determinar seu perímetro.



Solução:

É preciso mostrar que as medidas de seus lados satisfazem o teorema de Pitágoras.

Temos:

$$\blacksquare AB = d_{AB} = \sqrt{(-4 - 2)^2 + [2 - (-6)]^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

$$\blacksquare AC = d_{AC} = \sqrt{(2 - 4)^2 + [2 - (-12)]^2} = \sqrt{4 + 196} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$\blacksquare BC = d_{BC} = \sqrt{(-4 - 4)^2 + [-6 - (-12)]^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

Como $(d_{AC})^2 = (d_{AB})^2 + (d_{BC})^2$ pois $[(10\sqrt{2})^2 = 10^2 + 10^2]$, concluímos que o triângulo ABC é retângulo em B e seus catetos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ possuem a mesma medida. Assim, o triângulo ABC é isósceles, e seu perímetro é $10 + 10 + 10\sqrt{2} = 10(\sqrt{2} + 2)$.

**Os exercícios seguintes estão na página 15 n^{os} 14 a 21
(copiar e responder)**

Exercícios

14. Encontre a distância entre os pontos dados.

- a) $A(5, 2)$ e $B(1, 3)$
- b) $C(-1, 4)$ e $D(-2, -3)$
- c) $E(-4, -3)$ e $O(0, 0)$
- d) $F(-5, 4)$ e $G(2, -5)$
- e) $H(-1, 5)$ e $I(-1, 12)$
- f) $J(-2, -1)$ e $K(3, -4)$
- g) $L(-4, 3)$ e $M(-4, -7)$
- h) $N(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ e $P(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$
- i) $Q(1, 3)$ e $R(-3, 3)$

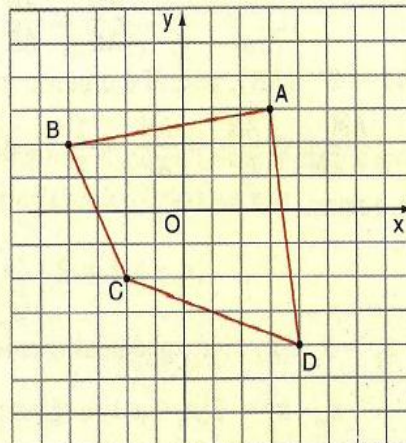
15. Calcule o perímetro do triângulo ABC, sendo $A(1, 0)$, $B(3, 7)$ e $C(-2, 4)$.

16. O ponto B tem ordenada nula e dista 5 de A, que possui ambas as coordenadas iguais a 4. Ache a abscissa de B.

17. Entre os pontos $A\left(\frac{1}{2}, 1\right)$, $B\left(1, \frac{3}{2}\right)$, $C(2, 1)$ e $D(0, 2)$, qual é o mais distante de $E(1, 1)$?

18. Os pontos $A(3m + 1, 15)$ e $B(m, 3)$ pertencem ao 2º quadrante e a distância entre eles é igual a 13. Qual é o valor de m ?

19. Determine o perímetro do quadrilátero ABCD.



20. O centro de uma circunferência é o ponto $(-1, 3)$. Sabendo que o ponto $(2, 5)$ pertence à circunferência, determine a medida de seu diâmetro.

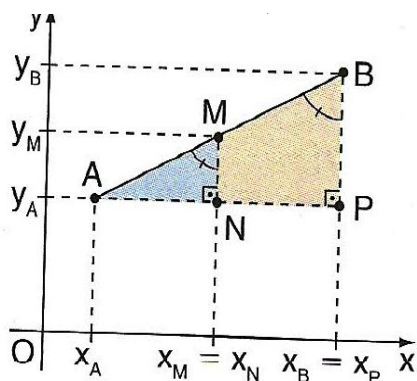
21. Mostre que o triângulo de vértices $(2, 4)$, $(5, 1)$ e $(6, 5)$ é isósceles e calcule seu perímetro.

PONTO MÉDIO DE UM SEGMENTO

Mediante procedimento análogo, prova-se que $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$.

Portanto, sendo M o ponto médio do segmento $\overline{AB}$, temos:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$



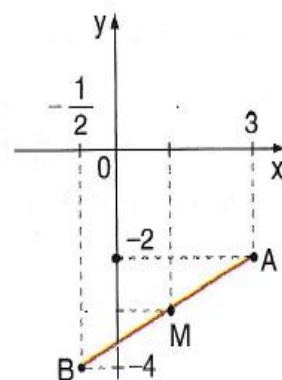
6

Exemplo

Dados os pontos $A(3, -2)$ e $B(-\frac{1}{2}, -4)$, vamos calcular as coordenadas do ponto médio do segmento $\overline{AB}$.

$$x_M = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{e } y_M = \underline{\hspace{2cm}}$$



7

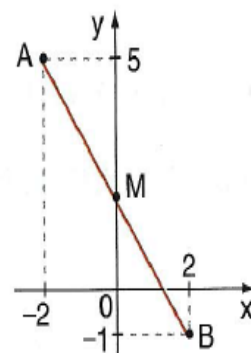
Exemplo

Suponhamos que sejam dadas as coordenadas do ponto médio M do segmento $\overline{AB}$: $M(0, 2)$. Se $A(-2, 5)$, para encontrar as coordenadas de B , podemos fazer:

$$0 = \frac{-2 + x_B}{2} \text{ e }$$

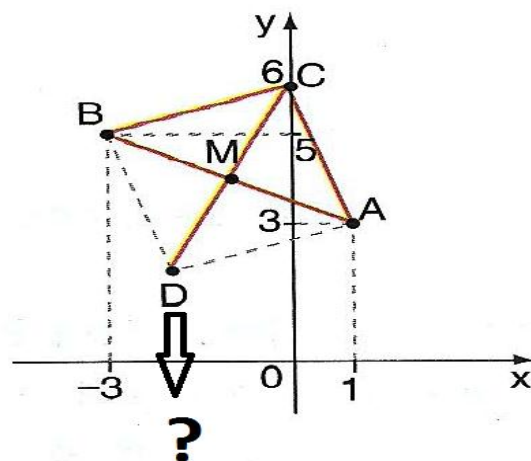
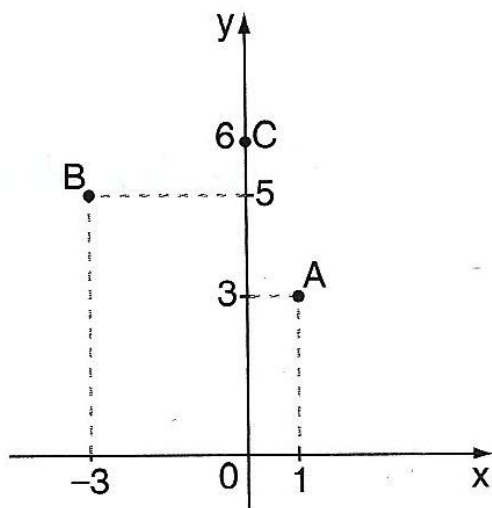
$$\Rightarrow x_B = \text{ e } y_B =$$

Assim, $B(\quad)$.



Exercício

1. De um losango são conhecidos três vértices, não necessariamente consecutivos: $A(1, 3)$, $B(-3, 5)$ e $C(0, 6)$. Determinar as coordenadas do quarto vértice desse losango.



43.

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 7 & -\frac{7}{3} & 1 \\ 3 & \frac{1}{3} & 1 \end{vmatrix} = -\frac{14}{3} + 3 + \frac{7}{3} + \frac{21}{3} - \frac{2}{3} - 7 = 0;$$

alinhados

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 8 - 8 - 16 = -16 \neq 0; \text{ não alinhados}$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \\ -7 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 35 - 3 + 14 - 1 + 15 = -8 \neq 0;$$

não alinhados

$$\text{d) } \begin{vmatrix} 6 & 12 & 1 \\ -5 & -\frac{8}{3} & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -16 - 20 - 24 + 60 = 0; \text{ alinhados}$$

$$\text{e) } \begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 6 & -9 & 1 \end{vmatrix} = 18 - 18 = 0; \text{ alinhados}$$

$$\text{f) } \begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -9 + 4 = -5 \neq 0; \text{ não alinhados}$$

$$44. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ m & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 6 - 2m + 6 - m = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow -3m + 12 = 0 \Rightarrow m = 4$$

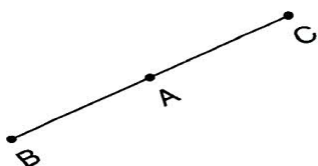
45. Seja $R(x, y)$ um ponto qualquer alinhado com P e Q :

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -1 & -3 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -9 + 5x - y + 3x - 3y + 5 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 8x - 4y - 4 = 0 \Rightarrow 2x - y - 1 = 0, \forall x \forall y$$

$$46. \begin{vmatrix} 6 & k & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2-k & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 24 + k \cdot (2 - k) + 6 - 4(2 - k) - 12 - 3k = 0 \\ 24 - k^2 + 2k + 6 - 8 + 4k - 12 - 3k = 0 \\ -k^2 + 3k + 10 = 0 \Rightarrow k = 5 \text{ ou } k = -2$$

47. Tome 3 pontos quaisquer entre os 4 fornecidos e verifique que $D = 0$. Em seguida, tome o "4º ponto" e mais 2 usados no cálculo do determinante anterior. Verifique, para esses 3 novos pontos, que $D = 0$.

$$48. \begin{aligned} d_{AB} &= \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \\ d_{AC} &= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \\ d_{BC} &= \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \end{aligned} \quad \begin{matrix} \nearrow \\ \nearrow \end{matrix} \quad d_{BC} = d_{AB} + d_{AC}$$



49. Os pontos não podem estar alinhados. Assim, $D \neq 0$:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & \frac{k}{2} & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow 6 - 15 + 2k - 15 - k + 12 \neq 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow k \neq 12$$

$$50. a) \text{ Devemos ter } \begin{vmatrix} 4 & -15 & 1 \\ -4 & 5 & 1 \\ x_p & y_p & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$20 - 15x_p - 4y_p - 5x_p - 4y_p - 60 = 0$$

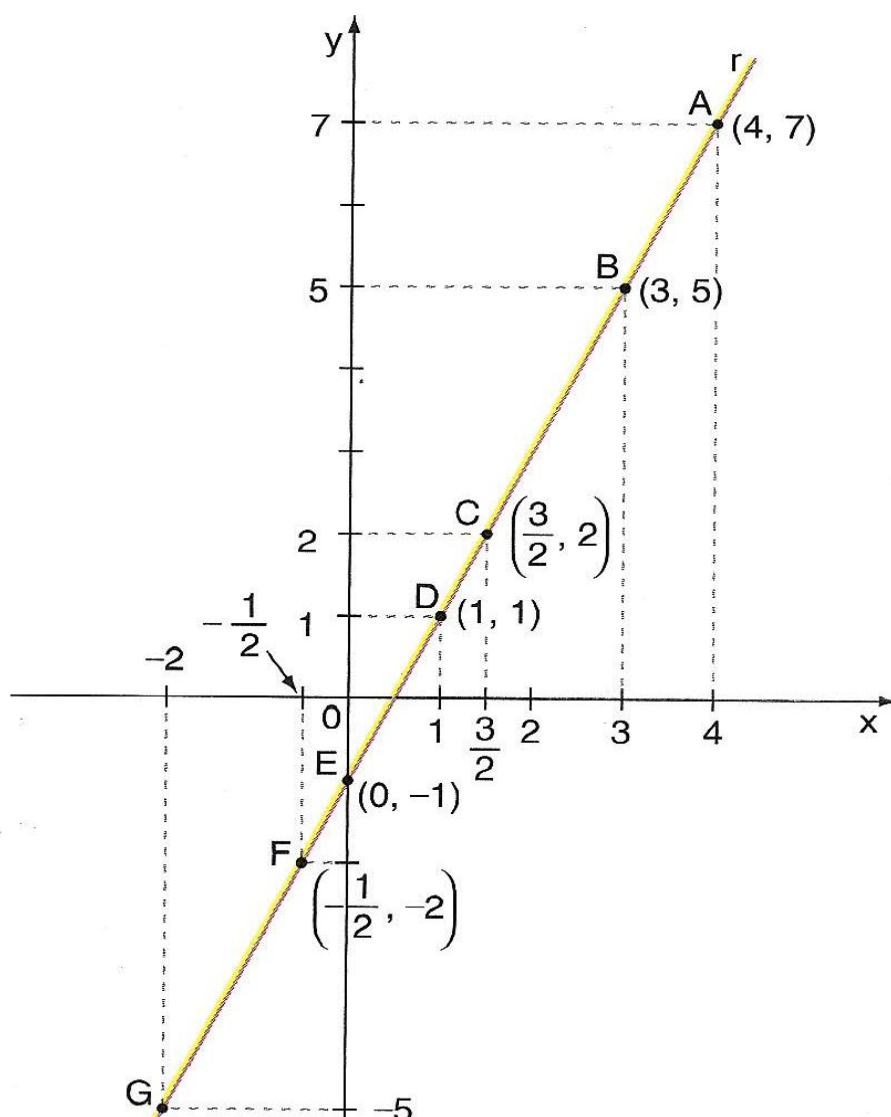
$$-20x_p - 8y_p = 40 \Rightarrow 5x_p + 2y_p = -10$$

b) O ponto procurado pertence à reta $\overleftrightarrow{AB}$ e possui ordenada nula: $5x_p + 0 = -10 \Rightarrow x_p = -2$, e o ponto é $(-2, 0)$.

A reta 2

Introdução

Observe abaixo a reta r , que passa por vários pontos cujas coordenadas são conhecidas.



Um ponto $P(x, y)$ qualquer pertencerá a r quando estiver alinhado a dois pontos quaisquer de r , por exemplo A e B:

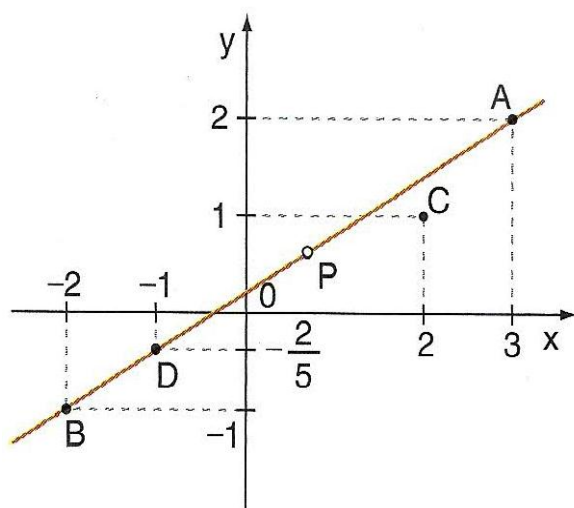
$$\begin{aligned} A, B \text{ e } P \text{ colineares} &\Rightarrow D = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 20 + 7x + 3y - 5x - 4y - 21 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2x - y - 1 = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Equação geral da reta

A toda reta r do plano cartesiano está associada pelo menos uma equação do tipo $ax + by + c = 0$, em que a , b e c são números reais, com a e b não nulos simultaneamente, e x e y são as coordenadas de um ponto $P(x, y)$ genérico de r . Costuma-se escrever $r: ax + by + c = 0$.

Exemplo 1

Para obter a equação geral da reta r que passa pelos pontos $A(3, 2)$ e $B(-2, -1)$, basta impor a condição de alinhamento para A , B e $P(x, y)$, ponto genérico de r :



$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Calculando o determinante, temos:

$$-3 + 2x - 2y + x - 3y + 4 = 0 \Rightarrow 3x - 5y + 1 = 0$$

E r é dada por $r: 3x - 5y + 1 = 0$.

O ponto $C(2, 1)$ **não** pertence a r . De fato, suas coordenadas não satisfazem a equação de r :

$$3 \cdot 2 - 5 \cdot 1 + 1 = 0 \Rightarrow 2 = 0 \text{ (falso)}$$

Já o ponto $D\left(-1, -\frac{2}{5}\right)$ pertence a r : $3 \cdot (-1) - 5 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) + 1 = -3 + 2 + 1 = 0$.

Equação da reta que passa pelos pontos

$A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$

Basta resolvermos o determinante:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Geral: } ax + by + c = 0 \\ \text{Segmentária: } \frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1 \\ \text{Paramétricas: } x = f_1(t) \text{ e } y = f_2(t) \\ \text{Reduzida: } y = mx + q \end{array} \right.$$

2. Determine a equação geral da reta que passa pelos pontos A e B, nos seguintes casos:

a) A (4, 2) e B (1, -3)

b) A (-2, -2) e B (3, 3)

3 Determine a equação geral da reta que passa pela origem do sistema cartesiano e pelo ponto médio de $\overline{AB}$. Dados A (5, -3) e B (-1, 7).

4 Obtenha a equação da reta que passa pelo ponto P (-2, 4) e pela intersecção das retas $x + y - 4 = 0$ e $2x - 3y - 3 = 0$.

5 Verifique se o ponto P (2, -1) pertence às seguintes retas:

a) $3x + 2y - 4 = 0$

b) $x - 3y + 1 = 0$

6 Determine o valor de k para que o ponto P (5, 1) pertença à reta $2x - 4y - k = 0$.

7 Encontre a forma geral da equação da reta que passa pelos pontos:

a) (0, 2) e (2, 3)

c) (-1, -2) e $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$

b) (-1, 2) e (-2, 5)

d) (0, -3) e (3, -2)

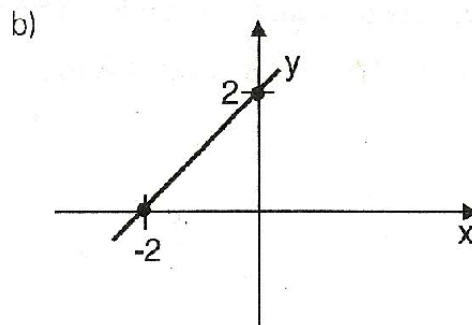
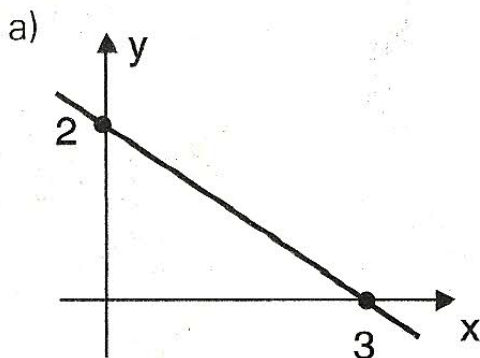
8 Verifique por quais dos pontos $A(-2, -5)$, $B(-1, 4)$, $C\left(2, -\frac{1}{5}\right)$, $D(3, 1)$ e $E\left(-1, \frac{19}{5}\right)$ passa a reta de equação $6x - 5y - 13 = 0$.

9) Escreva a equação geral das retas cujas equações paramétricas são:

a) $\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = t + 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = \frac{t}{3} \\ y = 4t - 3 \end{cases}$

10) Determine a equação segmentária das retas representadas a seguir:



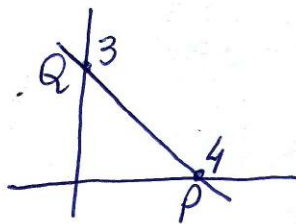
11) Obtenha a equação segmentária das seguintes retas:

a) $3x - 2y - 2 = 0$ b) $x + 6y + 3 = 0$

3ª Serie

Forma Segmentária

Exemplo:



$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

Logo temos: $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

A partir da forma segmentária, podemos obter as equações geral e reduzida:

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \xrightarrow{\text{mmc}} 3x + 4y = 12 \text{ daí temos: } \begin{cases} 3x + 4y - 12 = 0 & (\text{geral}) \\ y = -\frac{3}{4}x + 3 & (\text{reduzida}) \end{cases}$$

Forma Paramétrica

Exemplo: Dada a equação geral $6x + y - 3 = 0$ passe para a paramétrica:

Escolha um parâmetro fazendo $t = x$ teremos:

$$6x + y - 3 = 0$$

$$6t + y - 3 = 0$$

$$\boxed{y = 3 - 6t}$$

e as equações paramétricas ficam

$$\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 6t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$$

* Reduzida: isola y em $6x + y - 3 = 0$ temos: $\boxed{y = -6x + 3}$

* Segmentária: $6x + y - 3 = 0$
 $6x + y = 3$ (divide tudo por 3 para ficar 1 no 2º membro.)

$$\frac{6x}{3} + \frac{y}{3} = \frac{3}{3}$$

$$2x + \frac{y}{3} = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{x}{\frac{1}{2}} + \frac{y}{3} = 1}$$

Coeficiente angular (m)

Dados dois pontos A (x_A, y_A) e B (x_B, y_B) então:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Dada a equação geral $ax + by + c = 0 \Rightarrow m = -\frac{a}{b}$

Dada a equação reduzida $y = mx + q \Rightarrow m = \operatorname{tg} \alpha$ que define a direção da reta (α : ângulo que a reta forma com o eixo x , medido no sentido anti-horário a partir do eixo)

Equação da reta dados um ponto $P(x_0, y_0)$ e a direção:

$$y - y_0 = m (x - x_0)$$

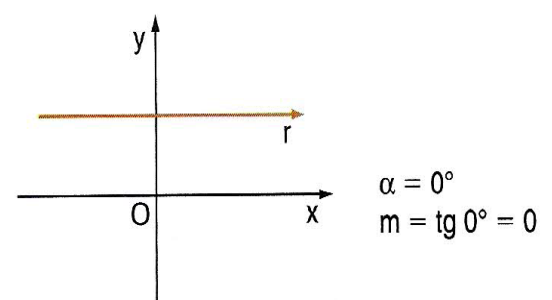
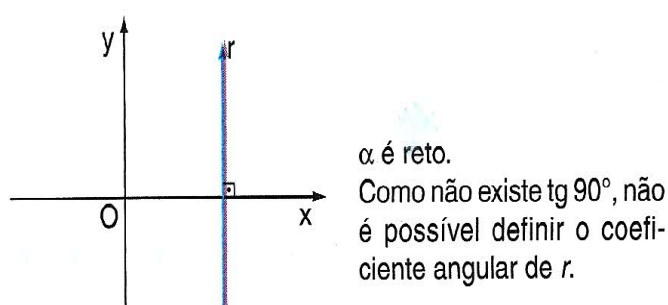
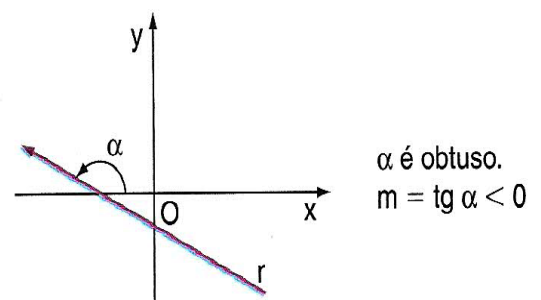
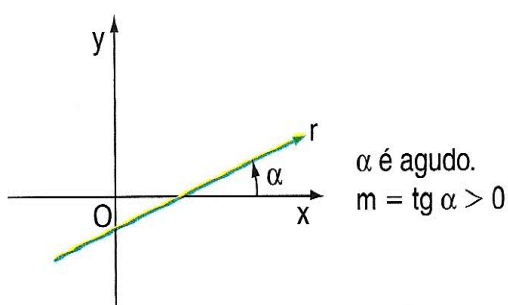
Condição de paralelismo: $r // s \Leftrightarrow m_r = m_s$ (**r e s** não verticais)

Condição de perpendicularismo: $r \perp s \Leftrightarrow m_r = -\frac{1}{m_s}$ (**r e s** não verticais)

Coeficiente angular ou **declividade** de uma reta r é o número real m definido por:

$$m = \operatorname{tg} \alpha$$

sendo α a medida do ângulo de inclinação de r , temos as seguintes possibilidades:



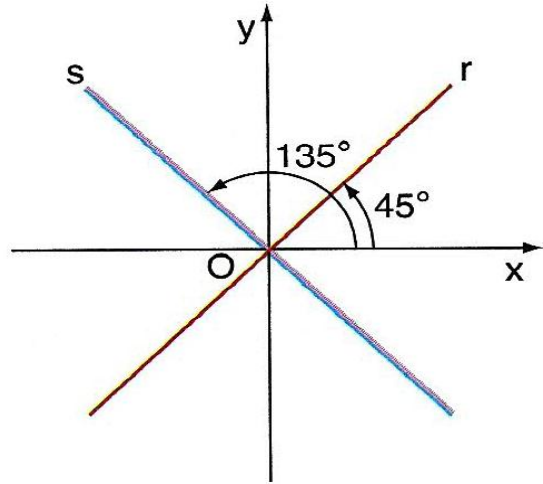
Exemplo:

1º Logo o coeficiente angular da reta r será:

$$m = tg45^\circ = 1$$

E da reta s será:

$$m = tg135^\circ = -1$$



2º Calcule o coeficiente angular da reta que passa por A(- 5 , 4) e B(3 , 2):

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 2}{-5 - 3} = \frac{2}{-8} = -\frac{1}{4} \text{ (Calculamos a diferença de "A para B".)}$$

Ou poderia ser:

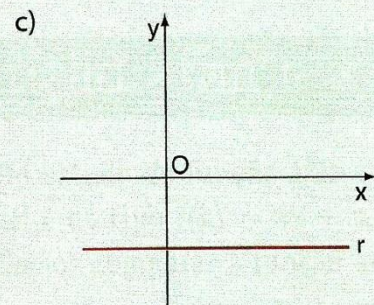
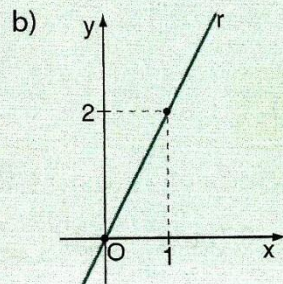
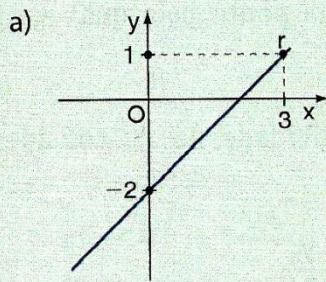
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - 4}{3 - (-5)} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4} \text{ (Calculamos a diferença de "B para A".)}$$

EXERCICIO PARA

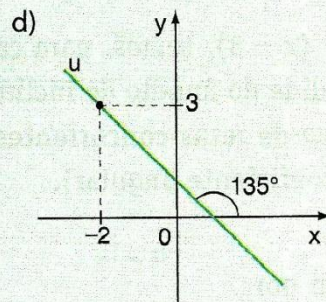
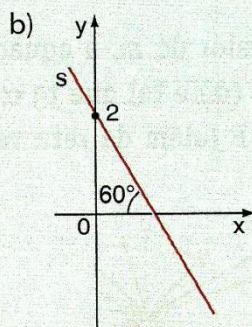
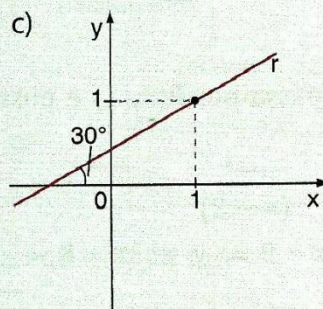
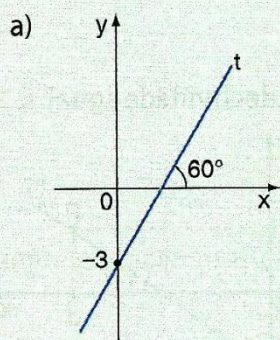


LIVRO: DA PÁGINA 37 Nºs 27 a 32

27. Determine, em cada caso, a medida do ângulo de inclinação de r .



28. Escreva a equação reduzida de cada reta representada abaixo.



29. Determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos $A(4, -1)$ e $B(-3, 1)$. A seguir, encontre sua equação na forma reduzida.

30. Encontre a equação reduzida da reta que passa pelos pontos:

- a) $(1, 2)$ e $(2, 5)$ c) $(0, 3)$ e $(-1, 4)$
b) $(-1, 2)$ e $(-2, 1)$ d) $(-3, -2)$ e $(2, -3)$

31. Em cada caso, determine o coeficiente angular de r :

- a) $r: x - 2y + 6 = 0$
b) $r: y = -\frac{x}{3} + 5$
c) r passa por $A(-3, 0)$ e $B(-5, 4)$.
d) r passa por $C(0, 0)$ e $D(-1, -3)$.
e) r passa por $E(-2, 5)$ e $F(3, 5)$.
f) r passa pela origem e pelo ponto médio de $\overline{GH}$, sendo $G(-1, 1)$ e $H(3, 5)$.

32. Obtenha a forma reduzida da equação da reta r , que possui os coeficientes linear e angular iguais a 2 e 3, respectivamente. $P(-1, 1)$ é ponto de r ?

RESPOSTAS DAS ATIVIDADES ACIMA:

2) a) A (4, 2) e B (1, -3)

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 5x - 3y - 14 = 0$$

b) A (-2, -2) e B (3, 3)

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -2 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x - y = 0$$

3)

$$x_M = \frac{5-1}{2} = 2 \quad y_M = \frac{-3+7}{2} = 2 \quad M(2, 2) \quad O(0, 0)$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2x - 2y = 0 \Rightarrow x - y = 0$$

4)

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ 2x - 3y - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 3y - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} x &= 3 \\ 3 + y - 4 &= 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (3, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3x + 5y - 14 = 0$$

5) a) $3x + 2y - 4 = 0$

$$3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) - 4 = 0$$

$$6 - 2 - 4 = 0$$

$$0 = 0 \text{ (V)}$$

pertence

b) $x - 3y + 1 = 0$

$$2 - 3 \cdot (-1) + 1 = 0$$

$$2 + 3 + 1 = 0$$

$$6 = 0 \text{ (F)}$$

não pertence

6) $2 \cdot 5 - 4 \cdot 1 - k = 0 \Rightarrow 10 - 4 - k = 0 \Rightarrow k = 6$

7 a)
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2x + 2y - 4 - 3x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x - 2y + 4 = 0$$

b)
$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -5 + 2x - 2y - 5x + y + 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x + y + 1 = 0$$

c)
$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 3 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -3 - 2x - \frac{1}{2}y - 3x + y - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10x - y + 8 = 0$$

d)
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -3x + 3y + 9 + 2x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x - 3y - 9 = 0$$

8) A: $6 \cdot (-2) - 5 \cdot (-5) - 13 = -12 + 25 - 13 = 0$

A pertence à reta.

B: $6 \cdot (-1) - 5 \cdot 4 - 13 = -6 - 20 - 13 \neq 0$

B não pertence à reta.

C: $6 \cdot 2 - 5 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) - 13 = 12 + 1 - 13 = 0$

C pertence à reta.

D: $6 \cdot 3 - 5 \cdot 1 - 13 = 18 - 13 = 5 \neq 0$

D não pertence à reta.

E: $6 \cdot (-1) - 5 \cdot \frac{19}{5} - 13 = -6 - 19 - 13 \neq 0$

E não pertence à reta.

$$9 - \begin{cases} 3t = x - 1 \Rightarrow t = \frac{x-1}{3} \\ t = y - 4 \end{cases}$$

$$\frac{x-1}{3} = y - 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x - 3y + 11 = 0$$

$$\begin{cases} t = 3x \\ 4t = y + 3 \Rightarrow t = \frac{y+3}{4} \end{cases}$$

$$3x = \frac{y+3}{4} \Rightarrow 12x - y - 3 = 0$$

10 -

a) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

b) $\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} = 1$

11 -

a) $3x - 2y = 2$

b) $x + 6y = -3$

$$\frac{3x}{2} - \frac{2y}{2} = \frac{2}{2}$$

$$\frac{x}{-3} + \frac{6y}{-3} = \frac{-3}{-3}$$

$$\frac{x}{\frac{2}{3}} + \frac{y}{-1} = 1$$

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{-\frac{1}{2}} = 1$$