	ESCOLA ESTADUAL FREDERICO JOSÉ PEDREIRA NETO	Turma:______	VALOR: pontos Data: ___/___/___
PROFESSOR:	ALUNO (A):		

CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA

ANÁLISE COMBINATÓRIA

FATORIAL

Sendo **n** um número inteiro, maior que 1 (um), define-se fatorial de **n**, e indica-se **n!** , a expressão:

n! = n(n – 1) (n – 2) . . . 3 . 2 . 1

Definições especiais: **0! = 1** e **1! = 1**

Temos também a sequencia: **. . . (n + 3) (n + 2) (n + 1) n (n – 1) (n – 2) (n – 3) . . .**

Do maior para o menor na sequencia →

3! = 3 . 2 . 1 = 6

4! = 4 . 3 . 2 . 1 = 24

5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120

1º Exemplo:

Calcular:

$a)\ \dfrac{5!}{3! + 2!}$

$b)\ \dfrac{(n+2)!}{(n-2)!}$

2º Exemplo:

Resolva a equação (x + 3)! + (x + 2)! = 8(x + 1)!

3º Exemplo:

Simplifique a expressão

$\dfrac{n! - (n+1)!}{n!}$

4º Exemplo

Resolver a equação **(n – 4)! = 120**

Atividades

QUESTÃO 01: Calcule o fatorial:

$a)\ 5!$ $\text{b)}\ \dfrac{8.3!}{12}$ $c)\ \dfrac{6! + 3! - 2!}{5!}$

$d)\ \ 2\,.\,5!$ $\text{e)}\ \ 4\,.\,0!\ +\ 3\,.\,1!$

$f)\ \dfrac{9!}{7!}$ $g)\ \dfrac{4! - 2! - 0!}{1!}$

QUESTÃO 02: Simplifique as expressões:

$a)\ \dfrac{n!}{(n-1)!}$ $c)\ \dfrac{n! - (n+1)!}{n!}$

$b)\ \dfrac{(2n+2)!}{(2n+1)!}$ $d)\ \dfrac{(n+2)!}{(n-1)!}$

QUESTÃO 03: Determine o valor de **n**:

a) n! = 24   c) (n – 2)! = 120

b) n! = 720   d) n! = 1

QUESTÃO 04: Calcule o valor de **n** nas seguintes igualdades:

$a)\ \dfrac{n!}{n(n-2)!} = 10 \qquad b)\ \dfrac{n\,(n-1)!}{(n-2)!} = 6$

Resolva os Exercícios da página 261 nº[s] 23, 24, 25, 26, 27 e 28.

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

Método da árvore

Márcia participou de um concurso literário e tirou o primeiro lugar. Como prêmio os organizadores do concurso colocaram à disposição da ganhadora 4 livros de ficção científica, 2 livros de poesia e 3 livro de suspense, todos de autores diferentes, de modo que a premiada pudesse escolher 1 livro de cada gênero. De quantas maneiras diferentes Márcia poderá fazer essa escolher?

*Se um acontecimento A pode ocorrer de **a** modos diferentes, um acontecimento B de **b** modos diferentes e um acontecimento C de **c** modos diferentes, então o número de modos diferentes de ocorrer o acontecimento A, seguido de B, seguindo de C é:* ***a . b . c***

Exemplos:

1. Com os algarismos 1, 2 , 3 , 4 ,5 e 6, quantos números de quatro algarismos podemos escrever?

2. Com algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, quantos números de quatro algarismos distintos podemos escrever?

3. Com os algarismos 0, 1, 2, 3 e 4, quantos algarismos de três algarismos podemos escrever?

ATIVIDADES

Questão05: Uma pessoa possui 5 camisetas, 3 calças e 2 pares de sapatos. Usando apenas essas peças, de quantas maneiras diferentes essa pessoa pode se vestir?

Questão06: Quantos números de três algarismos distintos podem ser formados usando apenas os algarismos ímpares?

Questão07: Com os algarismos 2, 4, 6 e 8, quantos números de dois algarismos podemos escrever?

Questão08: Utilizando os algarismos do sistema decimal, quantos números de quatro algarismos podemos escrever?

Questão09: No exercícios anterior, quantos números de quatro algarismos distintos podem ser formados?

Questão10: De quantos modos diferentes podemos dispor 5 alunos m fila indiana?

Questão11: As placas de automóveis são formados por 3 letras e 4 algarismos. Quantas placas podemos fazer, utilizando apenas as vogais e os algarismos pares?

Questão12: No exercício anterior, quantas placas sejam produzidas se os algarismos não pudessem ser repetidos em uma mesma placa?

Questão13: Em um campeonato de futebol com a participação de 12 clubes, de quantas maneiras diferentes podemos ter um campeão e um vice-campeão?

Questão14: Usando somente os algarismos 1, 3, 4, 5, 6, 7 e 8,quantos números:

a) de três algarismos podemos formar?

b) de três algarismos distintos podemos formar?

Questão15: Com os dígitos 1, 2, 3, 4, 6 e 8, podem-se formar **x** números ímpares, com três algarismos distintos cada um. Determine **x**.

Questão16: Quantos números de quatro algarismos podemos formar nos quais o algarismo 2 aparece ao menos uma vez?

CONSEQUENCIAS DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

ARRANJO SIMPLES

Dado um conjunto com **n** elementos, chama-se arranjo simples de **p** elementos distintos qualquer grupo formado por **p** dos **p** dos **n** elementos (p ≤ n), de modo que um grupo difere do outro pela natureza dos elementos ou pela ordem dos elementos.

Indicamos o número total de arranjos simples de **n** elementos distintos, tomados **p** a **p** distintos, pelo símbolo:

$$A_{n,\ p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

EXEMPLO:

Num concurso de beleza em que participam 8 candidatas, de quantas maneiras diferentes pode ser formado o grupo das 2 primeiras colocadas?

Se temos: **n = 8** e **p = 2** , Assim,

$$A_{8,2} = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8\,.\,7\,.\,6!}{6!} = 8\,.\,7 = 56$$

Logo, podemos ter 56 modos diferentes de formar o grupo das duas primeiras colocadas.

PERMUTAÇÃO SIMPLES

Indicamos o número total de permutações simples de **n** elementos distintos pelo símbolo:

P_n , onde **n** → número total de elementos.

Usamos a expressão: **$P_n = n!$**

EXEMPLO:

Quantos são os anagramas da palavra LUSA?

$P_4 = 4! = 4\,.\,3\,.\,2\,.\,1 = 24$

Logo, o número de anagramas é 24

COMBINAÇÃO SIMPLES

Dado um conjunto com **n** elementos, chama-se **combinação simples** de **p** elementos **(p ≤ n)** qualquer subconjunto formado por **p** dos **n** elementos.

Indicamos o número total de combinações simples de **n** elementos tomados **p** a **p** distintos pelo símbolo:

$$C_{n,\ p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

Onde: **n** → número total de elementos

P → número de elementos de cada grupo.

EXEMPLO:

Com um grupo de 10 pessoas, quantas comissões de 4 pessoas podem ser formadas?

$$C_{10,4} = \frac{10!}{4!\,(10-4)!} = \frac{10!}{4!\,6!} =$$

$$= \frac{10.9.8.7.6!}{4!\,6!} = \frac{10.9.8.7}{4.3.2.1} =$$

$$= 210$$

Logo, podemos formar 210 comissões.

Conclusões:

Dados um conjunto com **n** elementos, vimos que há três tipos de agrupamentos simples (chamamos de simples porque são agrupamentos sem repetição d elementos): **arranjo simples, permutação simples e combinação simples.**

Para determinarmos o tipo de agrupamento, podemos proceder da seguinte maneira:

1º - Trocamos a ordem dos elementos desse agrupamento

2º - Se com essa troca obtivermos um novo agrupamento, estamos diante de um **arranjo simples** ou **permutação simples (se n = p)**

3º - Caso contrário, o agrupamento será uma combinação simples.

ATIVIDADES

Questão17: Calcule o valor de:

a) $A_{12,2}$ $b)\ A_{6,3}$ $c)\ A_{15,3}$

$d)\ A_{20,2}$

Questão18: Utilizando as letras A, B, C, D, E e F, quantos anagramas, contendo 4 dessas letras distintas, podemos formar?

Questão19: Determine o valor de **x**:

$a)\ A_{x,2} = 90$ $b)\ A_{x,3} = 5 \cdot A_{x,2}$

Questão20: De quantos modos podem ser escolhidos o presidente, o vice presidente e o tesoureiro de uma firma entre os seus 10 sócios?

Questão21: Calcule o valor de:

$a)\ P_4 - 3 \cdot P_2 + 2 \cdot A_{7,2}$

$b)\ \dfrac{6 \cdot P_3 + P_5}{A_{4,2}}$

Questão22: Quantos são os anagramas da palavra REAL?

Questão23: Com relação a palavra BONITA:

a) quantos anagramas existem?

b) quantos anagramas começam por B?

c) quantos anagramas começam pela sílaba BO?

d) quantos anagramas começam e terminam por vogais?

Questão24: Calcule o valor de:

$a)\ C_{10,3}$ $b)\ C_{10,7}$ $c)\ C_{8,0}$

$d)\ C_{8,8}$

Questão25: Determine o valor de **x**:

$a)\ C_{x,2} = 28$ $b)\ \frac{A_{x,3}}{C_{x,4}} = 6$

Questão26: Em uma sala de aula com 20 alunos, quantas comissões de 3 alunos podemos formar?

Questão27: Quantos segmentos de reta ficam determinados por 4 pontos distintos de uma circunferência?

Questão28: Num grupo de 15 pessoas , 5 são do sexo masculino. De quantas maneiras podemos formar comissões de 8 pessoas de modo que:

a) nenhuma pessoa seja do sexo masculino?

b) nenhum pessoa seja do sexo feminino?

c) todas as pessoas do sexo masculino participem da comissão?

d) metade das pessoas da comissão sejam do sexo feminino?