

	ESCOLA ESTADUAL FREDERICO JOSÉ PEDREIRA NETO	Turma: 13.____	VALOR: Conhecimento
			Data: ____/____/____
PROFESSOR: MARCUS SALES	ALUNO (A):		

Cinco casos de Produtos Notáveis

Há cinco casos distintos de produtos notáveis, a saber:

Primeiro Caso: Quadrado da soma de dois termos.

- quadrado = expoente 2;
- Soma de dois termos = $a + b$;
- Logo, o quadrado da soma de dois termos é: $(a + b)^2$

Efetuando o produto do quadrado da soma, obtemos:

$$\begin{aligned}
 (a + b)^2 &= (a + b) \cdot (a + b) = \\
 &= a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2 = \\
 &= a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2
 \end{aligned}$$

Toda essa expressão, ao ser reduzida, forma o produto notável, que é dado por:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Sendo assim, o quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplos:

1º) $(2 + a)^2 =$

2º) $(3x + y)^2 =$

Segundo Caso: Quadrado da diferença de dois termos.

- Quadrado = expoente 2;
- Diferença de dois termos = $a - b$;
- Logo, o quadrado da diferença de dois termos é: $(a - b)^2$.

Vamos efetuar os produtos por meio da propriedade distributiva:

$$\begin{aligned}
 (a - b)^2 &= (a - b) \cdot (a - b) \\
 &= a^2 - a \cdot b - a \cdot b + b^2 = \\
 &= a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2
 \end{aligned}$$

Reduzindo essa expressão, obtemos o produto notável:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Temos, então, que o quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplos:

$$1^\circ) (2a - 3b)^2$$

$$2^\circ) (2x - 7y)^2$$

$$3^\circ) (a - 5c)^2 =$$

$$4^\circ) (p - 2s)^2 =$$

Terceiro Caso: Produto da soma pela diferença de dois termos.

- Produto = operação de multiplicação;
- Soma de dois termos = $a + b$;
- Diferença de dois termos = $a - b$;
- O produto da soma pela diferença de dois termos é: $(a + b) \cdot (a - b)$

Resolvendo o produto de $(a + b) \cdot (a - b)$, obtemos:

$$\begin{aligned} (a + b) \cdot (a - b) &= \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 = \\ &= a^2 + 0 + b^2 = a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Reduzindo a expressão, obtemos o produto notável:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Podemos concluir, portanto, que o produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

Exemplos:

$$1^\circ) (2 - c) \cdot (2 + c) =$$

$$2^\circ) (3x^2 - 1) \cdot (3x^2 + 1) =$$

$$3^\circ) (2d + 5g) \cdot (2d - 5g) =$$

Quarto caso: Cubo da soma de dois termos

- Cubo = expoente 3;
- Soma de dois termos = $a + b$;
- Logo, o cubo da soma de dois termos é: $(a + b)^3$

Efetuadao o produto por meio da propriedade distributiva, obtemos:

$$\begin{aligned}(\mathbf{a + b})^3 &= (\mathbf{a + b}) \cdot (\mathbf{a + b}) \cdot (\mathbf{a + b}) = \\ &= (\mathbf{a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2}) \cdot (\mathbf{a + b}) = \\ &= (\mathbf{a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2}) \cdot (\mathbf{a + b}) = \\ &= \mathbf{a^3 + 2 \cdot a^2 \cdot b + a \cdot b^2 + a^2 \cdot b + 2 \cdot a \cdot b^2 + b^3} = \\ &= \mathbf{a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3}\end{aligned}$$

Reduzindo a expressão, obtemos o produto notável:

$$(\mathbf{a + b})^3 = \mathbf{a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3}$$

O cubo da soma de dois termos é dado pelo:

Cubo do primeiro, mais três vezes o primeiro termo ao quadrado pelo segundo termo, mais três vezes o primeiro termo pelo segundo ao quadrado, mais o cubo do segundo termo.

Exemplos

$$(3c + 2a)^3 =$$

$$(3c)^3 + 3 \cdot (3c)^2 \cdot 2a + 3 \cdot 3c \cdot (2a)^2 + (2a)^3 =$$

$$= 27c^3 + 54 \cdot c^2 \cdot a + 36 \cdot c \cdot a^2 + 8a^3$$

Quinto caso: Cubo da diferença de dois termos

- Cubo = expoente 3;
- Diferença de dois termos = $a - b$;
- Logo, o cubo da diferença de dois termos é: $(a - b)^3$.

Efetuadao os produtos, obtemos:

$$\begin{aligned}(\mathbf{a - b})^3 &= (\mathbf{a - b}) \cdot (\mathbf{a - b}) \cdot (\mathbf{a - b}) = \\ &= (\mathbf{a^2 - a \cdot b - a \cdot b + b^2}) \cdot (\mathbf{a - b}) = \\ &= (\mathbf{a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2}) \cdot (\mathbf{a - b}) = \\ &= \mathbf{a^3 - 2 \cdot a^2 \cdot b - a \cdot b^2 - a^2 \cdot b + 2 \cdot a \cdot b^2 - b^3} = \\ &= \mathbf{a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 - b^3}\end{aligned}$$

Reduzindo a expressão, obtemos o produto notável:

$$(\mathbf{a - b})^3 = \mathbf{a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 - b^3}$$

O cubo da diferença de dois termos é dado pelo cubo do primeiro, menos três vezes o primeiro termo ao quadrado pelo segundo termo, mais três vezes o primeiro termo pelo segundo ao quadrado, menos o cubo do segundo termo.

Exemplo:

$$\begin{aligned} & (x - 2y)^3 = \\ & = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2y + 3 \cdot x \cdot (2y)^2 - (2y)^3 = \\ & \quad x^3 - 6 \cdot x^2 \cdot y + 12 \cdot x \cdot y^2 - 8y^3 \end{aligned}$$

Atividades:

1. Determine os Produtos Notáveis seguintes:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } (2a + 3b)^2 & \text{d) } (2b - 5)^3 & \text{g) } (10a^2 - 2)^2 & \text{j) } \left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)^2 \\ \text{b) } (5x - y)^2 & \text{e) } (5 - 2b)(5 + 2b) & \text{h) } (a^2 + b^2)^3 & \text{k) } \left(\frac{2}{5}x - y\right)^3 \\ \text{c) } (a + 3)^3 & \text{f) } (2a + 9b)^2 & \text{i) } (2a + 3b)(2a - 3b) & \end{array}$$

2. Determine os quadrados dos binômios:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (3x + 1)^2 & \text{e) } (11a^2b^3 + 7)^2 & \text{i) } (-mp - 2)^2 \\ \text{b) } (2m + 5)^2 & \text{f) } (x^{2m} - x^{3m})^2 & \text{j) } \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^2 \\ \text{c) } (5ab - 7)^2 & \text{g) } (2x^3 - 3y^2)^2 & \text{k) } \left(\frac{3x}{y} + \frac{2y}{x}\right)^2 \\ \text{d) } (4x^2 - 9y)^2 & \text{h) } (-t + 8)^2 & \text{l) } \left(3m^5 + \frac{2}{3m^3}\right)^2 \end{array}$$

3. Determinar os produtos da soma pela diferença de dois termos:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (2x + 1)(2x - 1) & \text{e) } (5x^3 + 2)(5x^3 - 2) \\ \text{b) } (3x^2 - 4)(3x^2 + 4) & \text{f) } (x^m - x^{4m})(x^m + x^{4m}) \\ \text{c) } (6ab + 1)(6ab - 1) & \text{g) } \left(m^2 + \frac{2}{5}\right)\left(m^2 - \frac{2}{5}\right) \\ \text{d) } (m^2 + p^3)(m^2 - p^3) & \text{h) } \left(\frac{2p}{3} + \frac{3m}{4}\right)\left(\frac{2p}{3} - \frac{3m}{4}\right) \end{array}$$