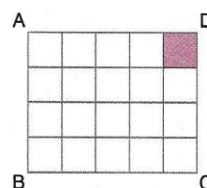
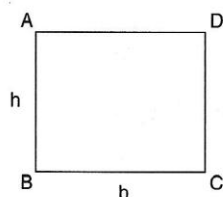




Área do retângulo

A figura à esquerda representa o retângulo ABCD. Supondo que o lado $\overline{AB}$ mede 4 u.c. e o lado $\overline{BC}$ mede 5 u.c. — em que u.c. é a unidade de comprimento —, podemos dividir o retângulo em 20 pequenos quadrados, cada um dos quais com 1 unidade de área, conforme figura à direita.



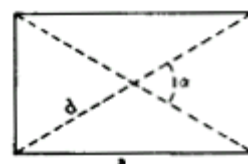
1 unidade de área de superfície (1 u.s.)

Assim, se no retângulo ABCD chamamos:

- A : área da superfície de ABCD;
- b : medida da base $\overline{BC}$;
- h : medida da altura $\overline{AB}$;

ou seja:

$$A = b \cdot h$$



$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$S = ab$$

$$= \frac{d^2}{2} \sin \alpha$$

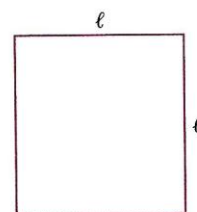
A área de um retângulo é igual ao produto da medida da base pela medida da altura.

Área do quadrado

Como todo quadrado é um retângulo cuja medida da base é igual à medida da altura, a fórmula da área do retângulo pode ser usada para obter-se a expressão da área de um quadrado.

Dessa forma, se ℓ é a medida do lado de um quadrado, então, se $b = \ell$ e $h = \ell$, temos:

$$A = b \cdot h \Rightarrow A = \ell \cdot \ell \Rightarrow A = \ell^2$$



A área de um quadrado é igual ao quadrado da medida de seu lado.

Obs: PERIMETRO: é soma da medida dos lados de um polígono.

ATIVIDADES: COPIAR E RESPONDER PÁGINA 137 N^{OS} de 1 a 8

Exercícios resolvidos

1. Um artesão pretende usar retalhos para fazer uma colcha de formato retangular com as seguintes dimensões: 2,40 m de comprimento por 1,80 m de largura. Se os retalhos forem recortados em pedaços quadrados, cada qual com 20 cm de lado, quantos pedaços serão necessários para compor tal colcha?

Solução:

- Determinemos a área A_1 da superfície da colcha:

Como $b = 2,40$ m e $h = 1,80$ m, então $A_1 = b \cdot h = (2,40 \text{ m}) \cdot (1,80 \text{ m}) = 4,32 \text{ m}^2$

- Seja n o total de pedaços de retalho que deverão compor a colcha.

Como cada pedaço deverá ter a forma de um quadrado de 20 cm de lado, então a área A_2 de sua superfície é dada por $A_2 = \ell^2 = (20 \text{ cm}) \cdot (20 \text{ cm}) = (0,2 \text{ m}) \cdot (0,2 \text{ m}) = 0,04 \text{ m}^2$.

Assim, a área da superfície dos n pedaços reunidos — que deverão revestir os $4,32 \text{ m}^2$ — será igual a $n \cdot A_2 = n \cdot 0,04 \text{ m}^2$.

Logo, como devemos ter $n \cdot A_2 = A_1$, então $n \cdot 0,04 = 4,32$, ou seja, $n = 108$ pedaços.

2. No interior de um parque P , cuja forma é a de um retângulo com superfície de $240\,000 \text{ m}^2$ de área, há uma área de lazer L , de formato quadrado. Sabendo que a medida do lado de L corresponde a 6% da medida do comprimento de P e a 9% da medida da largura de P , determine a área da superfície L .

Solução:

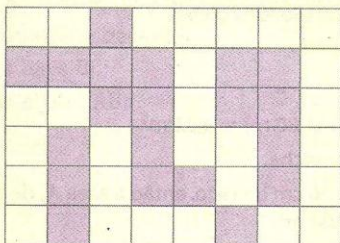
Indicando-se por b a medida do comprimento de P , h a medida da largura de P e ℓ a medida do lado de L , temos:

Exercícios

1. Determine a área de:
- um retângulo cujas dimensões são 6,5 cm e 12 cm.
 - um quadrado cujo lado mede $5\sqrt{3}$ m.
 - um retângulo cuja base mede 16 dm e cuja diagonal mede 20 dm.
 - um quadrado que tem 24 m de perímetro.
 - um retângulo cuja diagonal forma um ângulo de 30° com o lado que tem 12 dm de comprimento.
 - um quadrado cuja diagonal mede $5\sqrt{2}$ mm.

2. Um mapa de certa região foi construído de tal maneira que 0,1 km corresponde, na escala do mapa, a 0,5 cm. Determine, em metros quadrados, a área real de uma chácara que, nesse mapa, é representada por um quadrado cujo lado mede 0,3 cm.

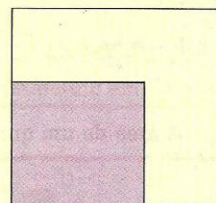
3. A figura apresenta uma malha quadriculada em que a medida do lado de cada quadradinho é 2,5 u.c. (unidades de comprimento). Determine a área da região colorida.



4. (PUC-MG) Certa peça de bijuteria é uma placa quadrada de metal com diagonal medindo, aproximadamente, $3\sqrt{3}$ cm. Se esse metal é comercializado por R\$ 2,00 o centímetro quadrado, qual o custo do material usado na confecção dessa peça?

5. Um retângulo tem 28 cm de perímetro, e suas dimensões estão entre si na razão $\frac{3}{4}$. Determine sua área.

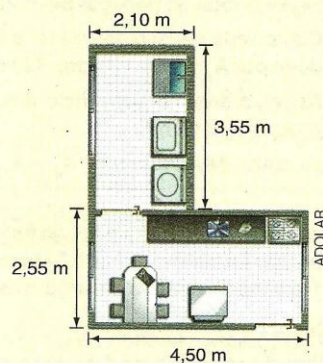
6. Na figura, a região colorida representa uma piscina de formato quadrado, construída no quintal de uma casa. Pretende-se reduzir 2 m das dimensões da superfície dessa piscina, de modo que ela passe a ocupar 36% da área do quintal. Se o quintal tem a forma de um quadrado cuja área é 225 m^2 , determine quantos metros quadrados aumentará a superfície do quintal não ocupada pela piscina.



7. Determine as dimensões de um retângulo, sabendo que ele tem 22 dm de perímetro e sua área é igual a 30 dm^2 .

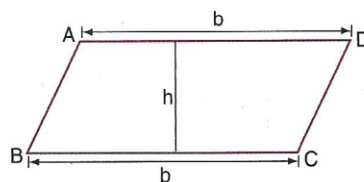
8. A figura abaixo mostra a planta baixa da cozinha e da área de serviço de um apartamento.

Considerando desprezível a espessura das paredes, determine a área total da superfície das dependências mostradas.



Área do paralelogramo

Determinemos a área do paralelogramo ABCD, representado na figura abaixo, em que b e h são as medidas da base e da altura, respectivamente.



Observe que, projetando-se os vértices A e D sobre a reta $\overleftrightarrow{BC}$, obtêm-se os pontos P e Q , respectivamente, ficando assim determinado o retângulo APQD, como mostrado na figura ao lado.

Note que os triângulos APB e DQC são congruentes e, portanto, têm áreas iguais.

Assim, a área do paralelogramo ABCD é igual à área do retângulo APQD, ou seja:

$$A = b \cdot h$$

A área de um paralelogramo é igual ao produto da medida da base pela medida da altura.

Exemplo 2

Vamos determinar a área do paralelogramo ABCD, representado na figura, considerando que a unidade das medidas indicadas é o centímetro.

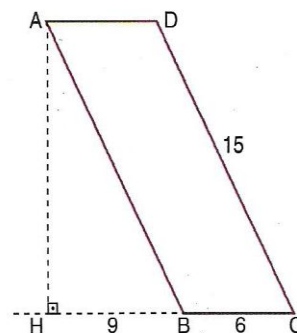
Note que a altura do paralelogramo é a perpendicular $\overline{AH}$, traçada pelo vértice A à reta suporte do lado $\overline{BC}$.

Como o triângulo AHB é retângulo, então, pelo teorema de Pitágoras, temos:

$$AH^2 + HB^2 = AB^2 \Rightarrow AH^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \Rightarrow AH = 12 \text{ cm}$$

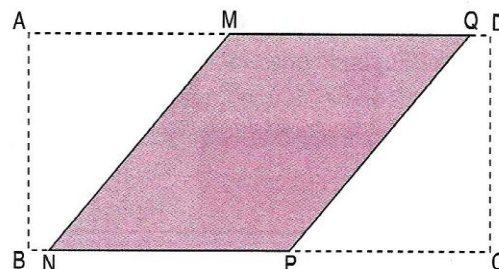
Logo, a área de ABCD é:

$$A = BC \cdot AH = (6 \text{ cm}) \cdot (12 \text{ cm}) = 72 \text{ cm}^2$$



Exercício resolvido

3. Originalmente o palco de um teatro tinha a forma de um retângulo ABCD, de dimensões 34 m e 12 m. Após uma reforma o palco passou a ter a forma do paralelogramo MNPQ, no qual dois lados consecutivos formam entre si um ângulo de 45° , conforme mostrado na figura. Se $BN = QD = 2$ m, quanto foi reduzido da área da superfície do palco original?

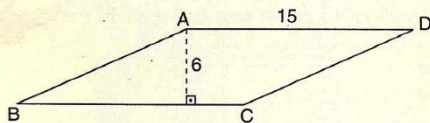


ATIVIDADES: COPIAR E RESPONDER PÁGINA 140 DOS N^{OS} 13 a 15

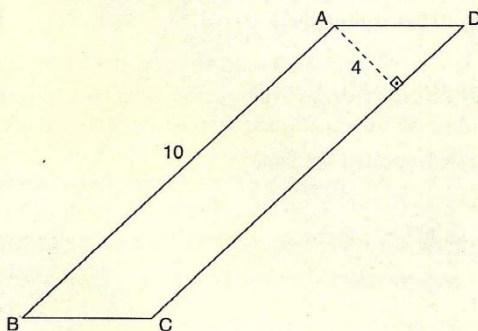
Exercícios

11. Em cada caso, determine a área do paralelogramo ABCD, considerando que a unidade das medidas indicadas é o centímetro.

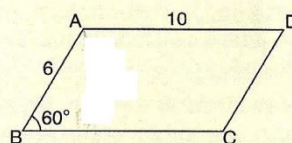
a)



b)

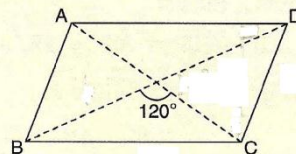


c)



12. A superfície plana de um jardim, no formato de paralelogramo cujos lados medem 8 m e 12 m, formam entre si um ângulo de 60° , deve ser coberta de grama. Qual é a área desse jardim?

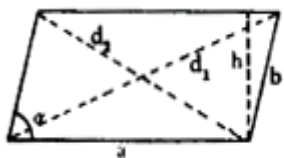
13. Calcule o perímetro e a área de um paralelogramo sabendo que suas diagonais medem 6 cm e 12 cm e que um dos ângulos que elas formam entre si mede 120° .



PARALELOGRAMO

$$d_1 = \sqrt{(a + h \cot \alpha)^2 + h^2}$$

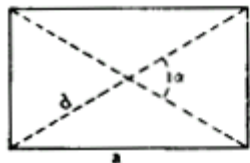
$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



$$S = ah$$

$$= ab \sin \alpha$$

$$d_2 = \sqrt{(a - h \cot \alpha)^2 + h^2}$$

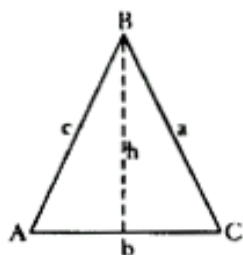


$$S = ab$$

$$= \frac{d^2}{2} \sin \alpha$$

ÁREA DO TRIÂNGULO

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

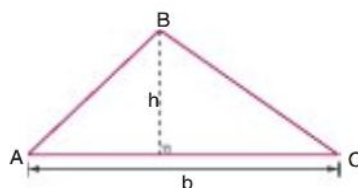


$$= \frac{bh}{2} = \frac{bc}{2} \sin A$$

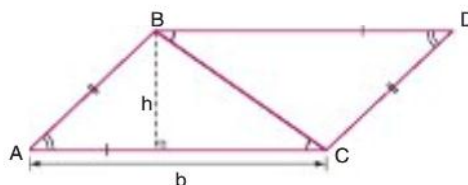
$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

Área do triângulo

Seja o triângulo ABC, cuja base $\overline{AC}$ mede b e a altura relativa a essa base mede h , representado na figura abaixo.



Note que as respectivas paralelas aos lados $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$, traçadas pelos vértices B e C , interceptam-se no ponto D , determinando assim o paralelogramo ABCD, cujas medidas da base e da altura são b e h , conforme mostrado na figura abaixo.

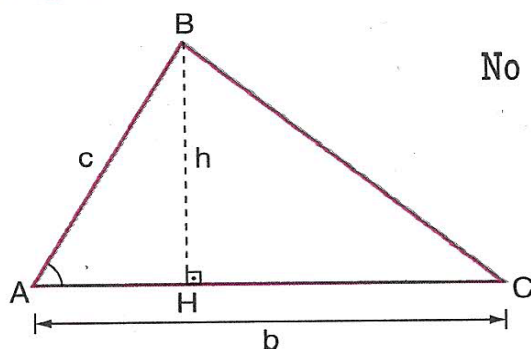


$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

A área de um triângulo é igual à metade do produto da medida da base pela medida da altura.

Expressões da área de um triângulo

Em função das medidas de dois lados e do seno do ângulo compreendido entre eles



No triângulo retângulo AHB, temos:

$$\text{sen } \hat{A} = \frac{h}{c} \Rightarrow h = c \cdot \text{sen } \hat{A}$$

Como a área do triângulo ABC é dada por $A = \frac{b \cdot h}{2}$, então:

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \text{sen } \hat{A}$$

