

	ESCOLA ESTADUAL FREDERICO JOSÉ PEDREIRA NETO	Turma: 13.____	VALOR: Conhecimento
			Data: ____/____/____
PROFESSOR: MARCUS SALES	ALUNO (A):		

Cinco casos de Produtos Notáveis

Há cinco casos distintos de produtos notáveis, a saber:

Primeiro Caso: Quadrado da soma de dois termos.

- quadrado = expoente 2;
- Soma de dois termos = $a + b$;
- Logo, o quadrado da soma de dois termos é: $(a + b)^2$

Efetuando o produto do quadrado da soma, obtemos:

$$\begin{aligned}
 (a + b)^2 &= (a + b) \cdot (a + b) = \\
 &= a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2 = \\
 &= a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2
 \end{aligned}$$

Toda essa expressão, ao ser reduzida, forma o produto notável, que é dado por:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

Sendo assim, o quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplos:

$$\begin{aligned}
 (2 + a)^2 &= \\
 &= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot a + a^2 = \\
 &= 4 + 4 \cdot a + a^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3x + y)^2 &= \\
 &= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot y + y^2 = \\
 &= 9x^2 + 6 \cdot x \cdot y + y^2
 \end{aligned}$$

Segundo Caso: Quadrado da diferença de dois termos.

- Quadrado = expoente 2;
- Diferença de dois termos = $a - b$;
- Logo, o quadrado da diferença de dois termos é: $(a - b)^2$.

Vamos efetuar os produtos por meio da propriedade distributiva:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{a - b})^2 &= (\mathbf{a - b}) \cdot (\mathbf{a - b}) \\
 &= \mathbf{a^2 - a \cdot b - a \cdot b + b^2} = \\
 &= \mathbf{a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2}
 \end{aligned}$$

Reduzindo essa expressão, obtemos o produto notável:

$$(\mathbf{a - b})^2 = \mathbf{a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2}$$

Temos, então, que o quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplos:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{a - 5c})^2 &= \\
 &= \mathbf{a^2 - 2 \cdot a \cdot 5c + (5c)^2} = \\
 &= \mathbf{a^2 - 10 \cdot a \cdot c + 25c^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{p - 2s}) &= \\
 &= \mathbf{p^2 - 2 \cdot p \cdot 2s + (2s)^2} = \\
 &= \mathbf{p^2 - 4 \cdot p \cdot s + 4s^2}
 \end{aligned}$$

Terceiro Caso: Produto da soma pela diferença de dois termos.

- Produto = operação de multiplicação;
- Soma de dois termos = $a + b$;
- Diferença de dois termos = $a - b$;
- O produto da soma pela diferença de dois termos é: $(a + b) \cdot (a - b)$

Resolvendo o produto de $(a + b) \cdot (a - b)$, obtemos:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{a + b}) \cdot (\mathbf{a - b}) &= \\
 &= \mathbf{a^2 - ab + ab - b^2} = \\
 &= \mathbf{a^2 + 0 + b^2} = \mathbf{a^2 - b^2}
 \end{aligned}$$

Reduzindo a expressão, obtemos o produto notável:

$$(\mathbf{a + b}) \cdot (\mathbf{a - b}) = \mathbf{a^2 - b^2}$$

Podemos concluir, portanto, que o produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

Exemplos:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{2 - c}) \cdot (\mathbf{2 + c}) &= \\
 &= \mathbf{2^2 - c^2} = \\
 &= \mathbf{4 - c^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3x^2 - 1) \cdot (3x^2 + 1) &= \\
 &= (3x^2)^2 - 1^2 = \\
 &= 9x^4 - 1
 \end{aligned}$$

Quarto caso: Cubo da soma de dois termos

- Cubo = expoente 3;
- Soma de dois termos = $a + b$;
- Logo, o cubo da soma de dois termos é: $(a + b)^3$

Efetutando o produto por meio da propriedade distributiva, obtemos:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{a + b})^3 &= (\mathbf{a + b}) \cdot (\mathbf{a + b}) \cdot (\mathbf{a + b}) = \\
 &= (a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2) \cdot (a + b) = \\
 &= (a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2) \cdot (a + b) = \\
 &= a^3 + 2 \cdot a^2 \cdot b + a \cdot b^2 + a^2 \cdot b + 2 \cdot a \cdot b^2 + b^3 = \\
 &= a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3
 \end{aligned}$$

Reduzindo a expressão, obtemos o produto notável:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3$$

O cubo da soma de dois termos é dado pelo cubo do primeiro, mais três vezes o primeiro termo ao quadrado pelo segundo termo, mais três vezes o primeiro termo pelo segundo ao quadrado, mais o cubo do segundo termo.

Exemplos

$$\begin{aligned}
 (3c + 2a)^3 &= \\
 &= (3c)^3 + 3 \cdot (3c)^2 \cdot 2a + 3 \cdot 3c \cdot (2a)^2 + (2a)^3 = \\
 &= 27c^3 + 54 \cdot c^2 \cdot a + 36 \cdot c \cdot a^2 + 8a^3
 \end{aligned}$$

Quinto caso: Cubo da diferença de dois termos

- Cubo = expoente 3;
- Diferença de dois termos = $a - b$;
- Logo, o cubo da diferença de dois termos é: $(a - b)^3$.

Efetutando os produtos, obtemos:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{a - b})^3 &= (\mathbf{a - b}) \cdot (\mathbf{a - b}) \cdot (\mathbf{a - b}) = \\
 &= (a^2 - a \cdot b - a \cdot b + b^2) \cdot (a - b) = \\
 &= (a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2) \cdot (a - b) = \\
 &= a^3 - 2 \cdot a^2 \cdot b - a \cdot b^2 - a^2 \cdot b + 2 \cdot a \cdot b^2 - b^3 = \\
 &= a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 - b^3
 \end{aligned}$$

Reduzindo a expressão, obtemos o produto notável:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 - b^3$$

O cubo da diferença de dois termos é dado pelo cubo do primeiro, menos três vezes o primeiro termo ao quadrado pelo segundo termo, mais três vezes o primeiro termo pelo segundo ao quadrado, menos o cubo do segundo termo.

Exemplo:

$$\begin{aligned} (x - 2y)^3 &= \\ &= x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2y + 3 \cdot x \cdot (2y)^2 - (2y)^3 = \\ &= x^3 - 6 \cdot x^2 \cdot y + 12 \cdot x \cdot y^2 - 8y^3 \end{aligned}$$

Atividades:

1. Determine os Produtos Notáveis seguintes:

- | | | | |
|------------------|-----------------------|-------------------------|---|
| a) $(2a + 3b)^2$ | d) $(2b - 5)^3$ | g) $(10a^2 - 2)^2$ | j) $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)^2$ |
| b) $(5x - y)^2$ | e) $(5 - 2b)(5 + 2b)$ | h) $(a^2 + b^2)^3$ | k) $\left(\frac{2}{5}x - y\right)^3$ |
| c) $(a + 3)^3$ | f) $(2a + 9b)^2$ | i) $(2a + 3b)(2a - 3b)$ | |

2. Determine os quadrados dos binômios:

- | | | |
|--------------------|--------------------------|---|
| a) $(3x + 1)^2$ | e) $(11a^2b^3 + 7)^2$ | i) $(-mp - 2)^2$ |
| b) $(2m + 5)^2$ | f) $(x^{2m} - x^{3m})^2$ | j) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^2$ |
| c) $(5ab - 7)^2$ | g) $(2x^3 - 3y^2)^2$ | k) $\left(\frac{3x}{y} + \frac{2y}{x}\right)^2$ |
| d) $(4x^2 - 9y)^2$ | h) $(-t + 8)^2$ | l) $\left(3m^5 + \frac{2}{3m^3}\right)^2$ |

3. Determinar os produtos da soma pela diferença de dois termos:

- | | |
|-----------------------------|---|
| a) $(2x + 1)(2x - 1)$ | e) $(5x^3 + 2)(5x^3 - 2)$ |
| b) $(3x^2 - 4)(3x^2 + 4)$ | f) $(x^m - x^{4m})(x^m + x^{4m})$ |
| c) $(6ab + 1)(6ab - 1)$ | g) $\left(m^2 + \frac{2}{5}\right)\left(m^2 - \frac{2}{5}\right)$ |
| d) $(m^2 + p^3)(m^2 - p^3)$ | h) $\left(\frac{2p}{3} + \frac{3m}{4}\right)\left(\frac{2p}{3} - \frac{3m}{4}\right)$ |